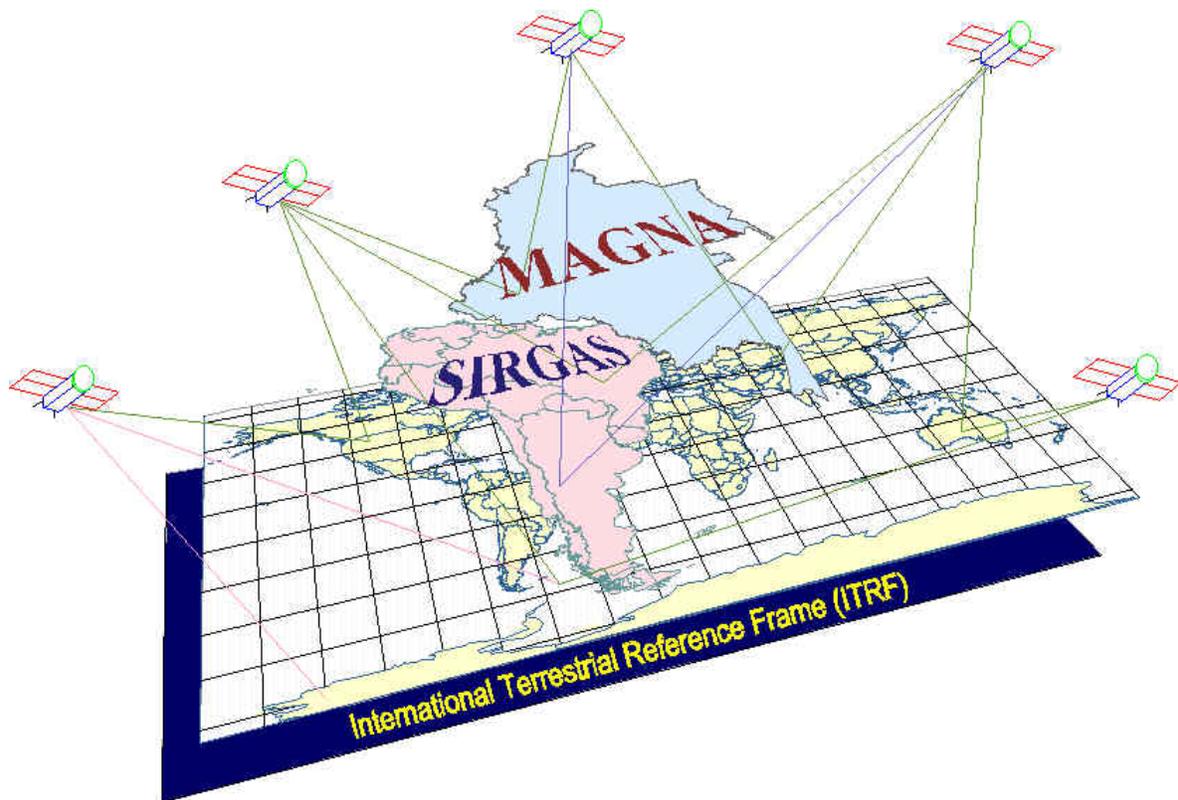


**ADOPCIÓN DEL
MARCO GEOCÉNTRICO NACIONAL DE REFERENCIA
MAGNA-SIRGAS
COMO DATUM OFICIAL DE COLOMBIA**



REPÚBLICA DE COLOMBIA
DEPARTAMENTO ADMINISTRATIVO NACIONAL DE ESTADÍSTICA -DANE-



INSTITUTO GEOGRÁFICO AGUSTÍN CODAZZI
SUBDIRECCIÓN DE GEOGRAFÍA Y CARTOGRAFÍA
DIVISIÓN DE GEODESIA

BOGOTÁ, D.C., OCTUBRE DE 2004

INSTITUTO GEOGRÁFICO AGUSTÍN CODAZZI

IVÁN DARÍO GÓMEZ GUZMÁN
Director General

OSCAR MAURICIO LIZCANO ARANGO
Secretario General

MANUEL GUILLERMO BELTRÁN QUECAN
Subdirector de Geografía y Cartografía (C)

NAPOLEÓN ORDOÑEZ
Subdirector de Agrología

GABRIEL MARTÍNEZ PELÁEZ
Subdirector de Catastro

Bogotá, D.C., octubre de 2004

**ADOPCIÓN DEL MARCO GEOCÉNTRICO NACIONAL DE REFERENCIA *MAGNA-SIRGAS*
COMO DATUM OFICIAL DE COLOMBIA**

Este trabajo fue realizado en la División de Geodesia de la Subdirección de Geografía y Cartografía del Instituto Geográfico Agustín Codazzi por la ingeniera Laura Sánchez Rodríguez.



© Instituto Geográfico Agustín Codazzi – 2004

Prohibida la reproducción total o parcial sin la autorización previa del Instituto Geográfico Agustín Codazzi.

CONTENIDO

1. SISTEMAS DE REFERENCIA Y DATUM GEODÉSICOS	3
2. DATUM GEODÉSICOS HORIZONTALES	5
3. SISTEMAS GLOBALES DE REFERENCIA	7
4. SISTEMAS GEOCÉNTRICOS DE REFERENCIA	7
5. INTERNATIONAL EARTH ROTATION AND REFERENCE SYSTEMS SERVICE (IERS)	8
6. SISTEMAS CONVENCIONALES DE REFERENCIA	9
6.1 INTERNATIONAL CELESTIAL REFERENCE SYSTEM (ICRS)	9
6.2 INTERNATIONAL CELESTIAL REFERENCE FRAME (ICRF)	10
6.3 INTERNATIONAL TERRESTRIAL REFERENCE SYSTEM (ITRS)	10
6.4 INTERNATIONAL TERRESTRIAL REFERENCE FRAME (ITRF)	11
7. SIRGAS: SISTEMA DE REFERENCIA GEOCÉNTRICO PARA LAS AMÉRICAS	12
8. MAGNA-SIRGAS: Marco Geocéntrico Nacional de Referencia	16
9. SISTEMA GEODÉSICO LOCAL: DATUM BOGOTÁ	20
10. TRANSFORMACIÓN DE COORDENADAS ENTRE LOS SISTEMAS DE REFERENCIA MAGNA-SIRGAS Y DATUM BOGOTÁ	21
10.1 MODELO MOLODENSKY-BADEKAS	21
10.2 TRANSFORMACIÓN BIDIMENSIONAL AFÍN	23
10.3 TRANSFORMACIÓN BIDIMENSIONAL A PARTIR DE COORDENADAS ELIPSOIDALES	26
11. MODELO GEOIDAL PARA COLOMBIA (GEOCOL2004)	28
CONCLUSIONES	30
REFERENCIAS	31

ÍNDICE DE FIGURAS Y TABLAS

Figura 1. Ejes coordenados de un sistema de referencia	3
Figura 2. Sistema Geocéntrico de Referencia [X, Y, Z] y Sistema Geodésico Local [X', Y', Z']	4
Figura 3. Coordenadas curvilíneas latitud (φ), longitud (λ) y altura elipsoidal	4
Figura 4. Datum geodésicos	5
Figura 5. Datum geodésicos horizontales (φ, λ), (H) y tridimensionales (φ, λ, h), (H)	6
Figura 6. Diferencias entre el sistema de referencia satelital instantáneo y el ITRS	11
Figura 7. ITRF2000 y sus velocidades	12
Figura 8. SIRGAS: Sistema de Referencia Geocéntrico para las Américas	14
Figura 9. Modelo de velocidades para América del Sur	15
Figura 10. Sistema MAGNA-SIRGAS: Red Básica GPS	19
Figura 11. Transformación tridimensional de siete parámetros	22
Figura 12. Regionalización de los parámetros de transformación en Colombia según el índice de planchas de IGAC	24
Figura 13. Modelo geoidal (cuasi-geoidal) para Colombia (GEOCOL2004)	29
Tabla 1. Residuos de las estaciones SIRGAS en el procesamiento de la red GPS básica de MAGNA-SIRGAS	18
Tabla 2. Parámetros regionales de transformación para migrar información georreferenciada en Datum BOGOTÁ al sistema MAGNA-SIRGAS	25
Tabla 3. Parámetros regionales de transformación, utilizando coordenadas elipsoidales, para migrar información georreferenciada en Datum BOGOTÁ al sistema MAGNA-SIRGAS	28

ABREVIATURAS

ARENA	Antigua Red Nacional
CAP	Central Andes GPS Project
CASA	Central and South America GPS Project
CIO	Coventional International Origin
DGFI	Deutsches Geodätisches Forschungsinstitut
DIGSA	Directorio de Directores de los Institutos Geográficos de América del Sur, España y Portugal
FAGS	Federation of Astronomical and Geophysical Services
GEOCOL	Modelo Geoidal para Colombia
GNSS	Global Navigation Satellite Systems
GPS	Global Positioning System
GRS80	Geodetic Reference System 1980
IAG	International Association of Geodesy
IAU	International Astronomical Union
ICDE	Infraestructura Colombiana de Datos Espaciales
IERS	International Earth Rotation and Reference Systems Service
IGAC	Instituto Geográfico Agustín Codazzi
IGS	International GPS Service
IGS-RNAAC-SIR	Regional Network Associate Analysis Center – SIRGAS
IHO	International Hydrographic Organization
ILS	International Latitude Service
ITRF	International Terrestrial Reference Frame
ITRS	International Terrestrial Reference System
IUGG	International Union of Geodesy and Geophysics
MAGNA	Marco Geocéntrico Nacional de Referencia
OACI	Organización de Aviación Civil Internacional
SAGA	South America Geodynamics Project
SIRGAS	Sistema de Referencia Geocéntrico para las Américas
SNAPP	South America – Nazca Plate Motion Project
WGS84	World Geodetic System 1984

PRESENTACIÓN

El Instituto Geográfico Agustín Codazzi -IGAC- es el organismo del Gobierno Nacional encargado de producir, analizar y divulgar la información georreferenciada necesaria para el desarrollo integral del país. Esta información es indispensable para la elaboración de proyectos en los sectores público y privado, lo cual implica que debe ser oportuna y técnicamente vigente.

Para el efecto el IGAC, a través de la Subdirección de Geografía y Cartografía - División de Geodesia, se ocupa de la determinación, la administración y el mantenimiento del Sistema de Referencia Geodésico Nacional, el cual proporciona los puntos de control horizontal y vertical necesarios para la ubicación y representación cartográfica de los diversos rasgos topográficos del territorio colombiano.

Desde la creación en 1902 de la Oficina de Longitudes y Fronteras, precursora del IGAC, una de sus principales actividades ha sido la generación de información geodésica confiable que sirva de marco de referencia para la producción de la cartografía oficial y la determinación de datos geográficos en el país. No obstante, con los avances científicos y tecnológicos alcanzados en el campo de la Geodesia durante la segunda mitad del siglo XX, particularmente, el uso de técnicas espaciales para la determinación de coordenadas sobre la superficie terrestre, como por ejemplo el sistema GPS (Global Positioning System), ha sido necesario que el IGAC revise la conveniencia de reemplazar el sistema geodésico de referencia Datum BOGOTÁ adoptado en 1941, por un sistema moderno, compatible a nivel internacional y que soporte las tecnologías actuales.

De acuerdo con esto, a continuación se describe la base geodésica existente, su relación con las técnicas modernas de generación de coordenadas y la solución necesaria para que Colombia acceda a niveles eficientes de calidad en la generación de datos georreferenciados. Se incluye igualmente, la descripción de los conceptos teóricos necesarios para la comprensión de los temas enunciados.

1. SISTEMAS DE REFERENCIA Y DATUM GEODÉSICOS

Un *sistema de referencia* es el conjunto de convenciones y conceptos teóricos adecuadamente modelados que definen, en cualquier momento, la orientación, ubicación y escala de tres ejes coordenados $[X, Y, Z]$ (figura 1). Dado que un sistema de referencia es un modelo (una concepción, una idea) éste es materializado (realizado, concretado) mediante puntos reales cuyas coordenadas son determinadas sobre el sistema de referencia dado, dicho conjunto de puntos se denomina *marco de referencia* (*Reference Frame*) (IERS 2000). En otras palabras, un *marco de referencia* es la realización práctica o materialización de los conceptos teóricos introducidos en el sistema de referencia. Tal materialización se da a través de la determinación de puntos fiduciaros (de alta precisión).

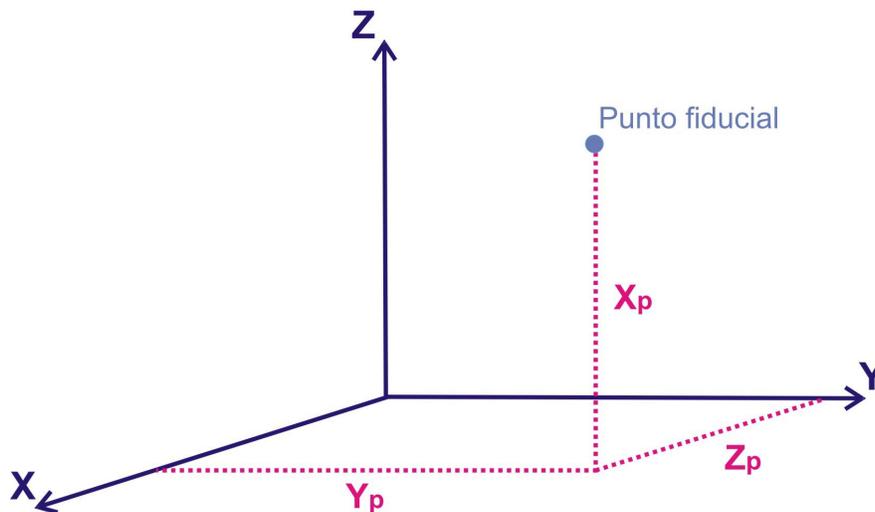


Figura 1. Ejes coordenados de un sistema de referencia

Un sistema de referencia no tiene aplicación práctica si no es mediante la utilización de un marco de referencia el cual, a su vez, proporciona los puntos de control que permiten mantener actualizado el sistema de referencia. El sistema y el marco de referencia conforman la pareja necesaria para la definición y materialización de una plataforma de georreferenciación.

Si el origen de coordenadas del sistema $[X, Y, Z]$ coincide con el centro de masas terrestre, éste se define como *Sistema Geocéntrico de Referencia* o *Sistema Coordenado Geocéntrico* mientras que, si dicho origen está desplazado del geocentro, se conoce como *Sistema Geodésico Local* (Vanicek and Steeves, 1996) (figura 2). Las posiciones sobre los ejes coordenados se miden de acuerdo con el Sistema Internacional de Unidades (SI), es decir en metros (IERS, 2000).

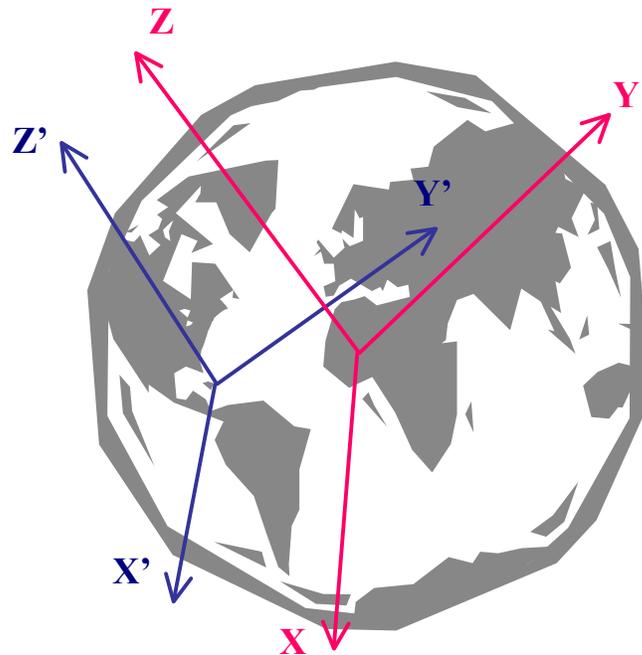


Figura 2. Sistema Geocéntrico de Referencia [X, Y, Z] y Sistema Geodésico Local [X', Y', Z']

Convencionalmente, estas posiciones pueden expresarse en términos de coordenadas curvilíneas latitud (φ) y longitud (λ), las cuales requieren de la introducción de un elipsoide. Dicho elipsoide debe ajustarse al sistema cartesiano de tres ejes; para el efecto, el eje menor del elipsoide debe coincidir con el eje Z del sistema cartesiano, el centro geométrico del elipsoide debe coincidir con el origen de coordenadas del sistema cartesiano y finalmente, la intersección del plano ecuatorial y el plano del meridiano de referencia del elipsoide debe coincidir con el eje X del sistema cartesiano (Vanicek and Steeves, 1996) (figura 3).

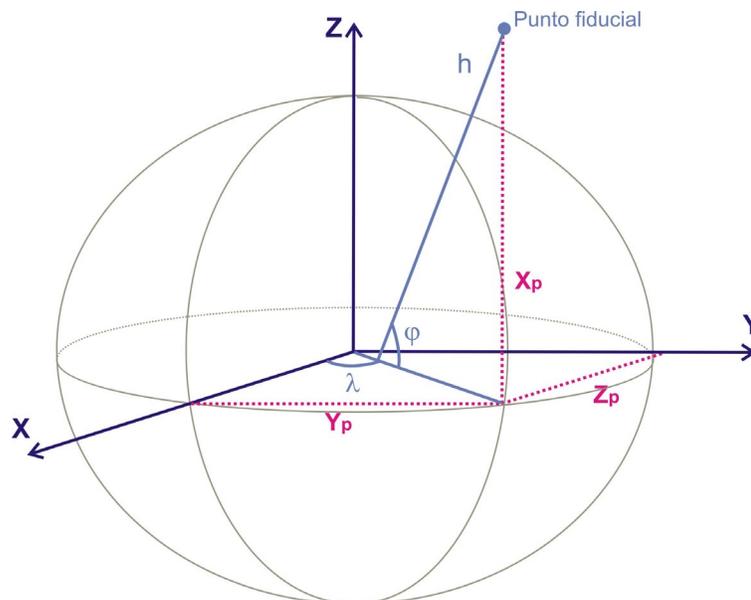


Figura 3. Coordenadas curvilíneas latitud (φ), longitud (λ) y altura elipsoidal (h)

La orientación y ubicación del elipsoide biaxial asociado a un sistema coordenado $[X, Y, Z]$ se conoce como *Datum Geodésico*; si éste es geocéntrico se tendrá un *Datum Geodésico Geocéntrico o Global* y, si es local se tendrá un *Datum Geodésico Local* (Vanicek and Krakiwski 1986, Torge 2001) (figura 4).

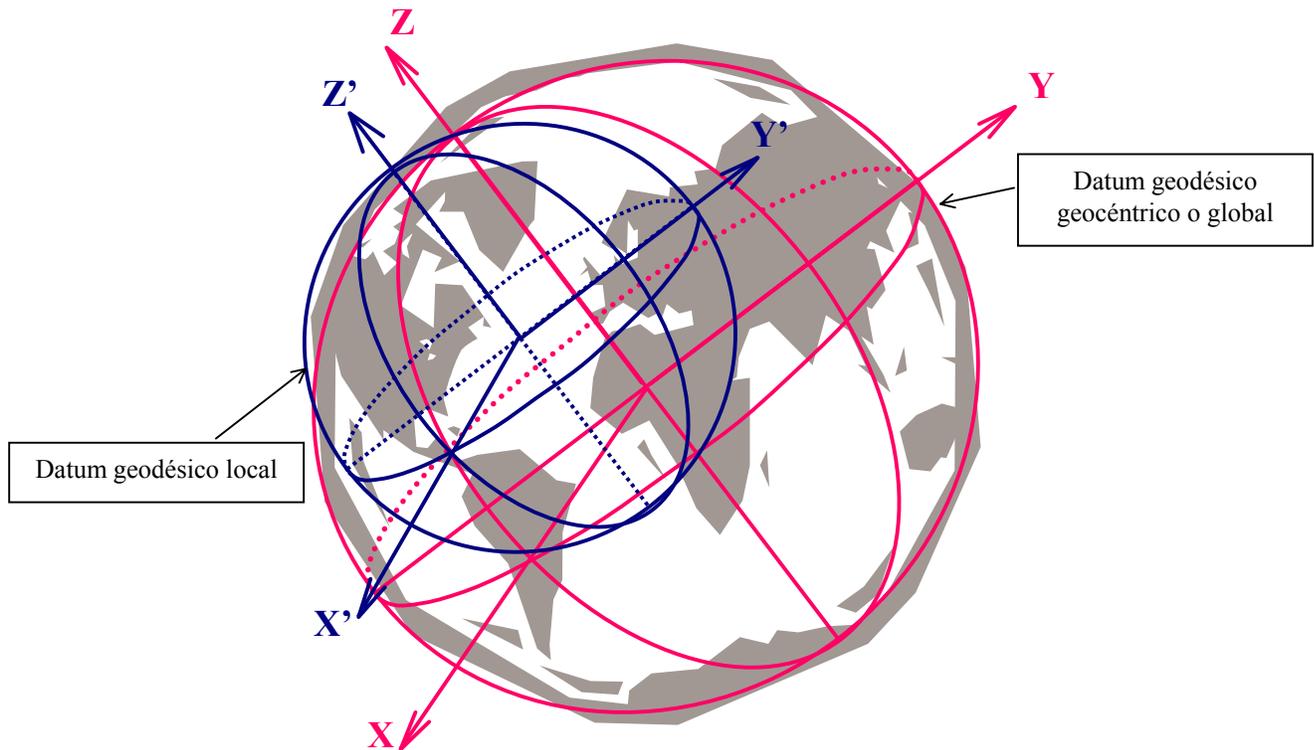


Figura 4. Datum geodésicos

2. DATUM GEODÉSICOS HORIZONTALES

Antes del posicionamiento por satélite no era posible la utilización de un sistema geocéntrico de coordenadas. En su lugar, se usaban y aún se usan, sistemas coordenados locales cuyos elipsoides asociados se ajustaban mejor a la forma real de la Tierra en determinada región. La orientación y ubicación de estos sistemas locales también se conocen como *Datum Horizontales*, dado que la determinación de la altura de los puntos se hacía independientemente de sus coordenadas horizontales (ϕ, λ) (Vanicek and Steeves 1996). La posición y orientación de estos datum se definían por el sistema astronómico local de un punto cualquiera, el cual, convencionalmente, le proporcionaba el nombre al datum correspondiente, por ejemplo el Datum BOGOTÁ, cuyo punto fiduciario se encuentra en el Observatorio Astronómico de Bogotá, tiene como elipsoide asociado el Internacional (Hayford) y está desplazado del geocentro aproximadamente 530 metros.

La utilización de un datum geodésico horizontal en la definición de la posición de varios puntos se hacía con el fin primordial de labores cartográficas, sus coordenadas (φ, λ) son horizontales, mientras que la tercera coordenada, la altura (H), era estimada a partir del nivel medio del mar para algunos puntos. La coordenada H de una red geodésica clásica se determinaba mediante la medición de ángulos verticales para reducir las observaciones desde la superficie terrestre (donde son realizadas) hasta el geode (que es la continuación del nivel medio del mar bajo los continentes). Normalmente, las alturas (H) de los vértices geodésicos clásicos son determinadas con una precisión diez veces menor que las posiciones horizontales, lo cual indica que no debe combinarse (H) con (φ, λ) para generar posiciones 3-D, esta combinación puede crear distorsiones hasta de varios metros en las redes de referencia clásicas ya que, además, (φ, λ) se refieren al elipsoide y (H) al geode (Vanicek and Steeves 1996). Un datum geodésico tridimensional permite establecer las coordenadas para un punto con respecto a la misma superficie de referencia, el elipsoide. En estos datum, la tercera coordenada se conoce como altura geodésica o elipsoidal (h) (figura 5).

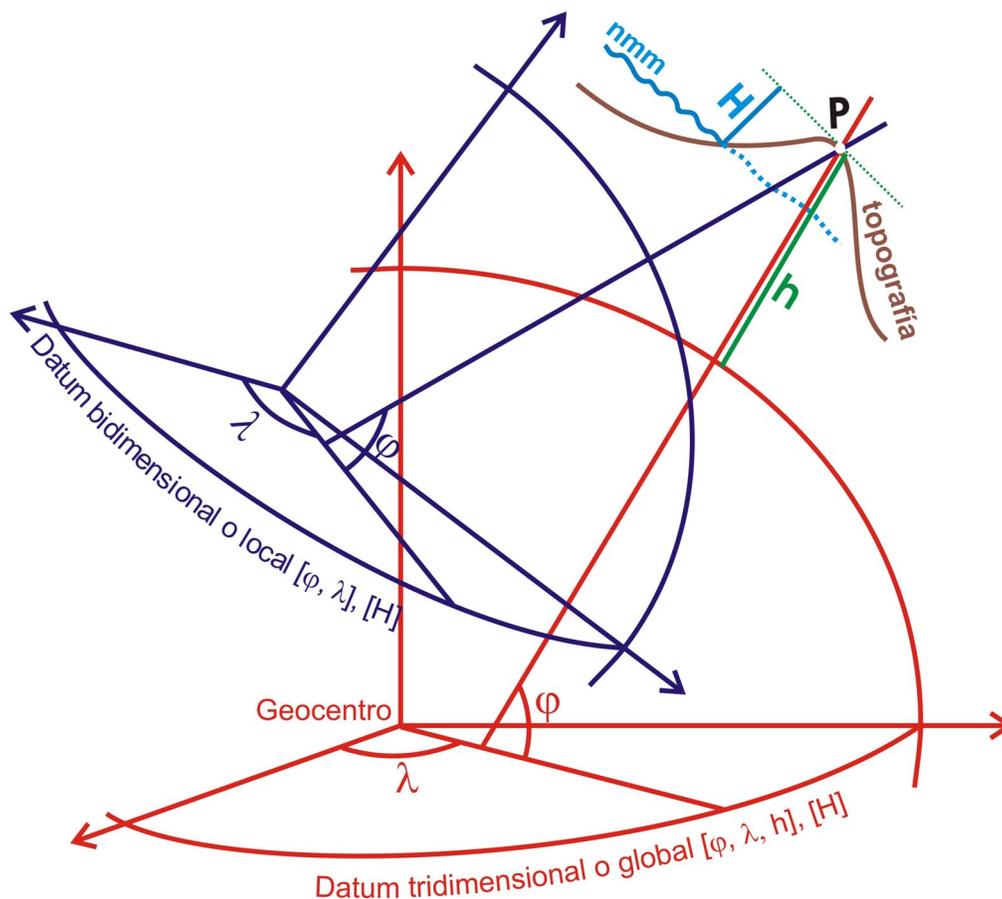


Figura 5. Datum geodésicos horizontales (φ, λ) , (H) y tridimensionales (φ, λ, h) , (H)

3. SISTEMAS GLOBALES DE REFERENCIA

Antes de la era espacial cada país establecía a su conveniencia el datum horizontal para la definición de sus coordenadas y a pesar de que muchas veces se utilizaba el mismo elipsoide, las coordenadas en regiones fronterizas variaban cientos de metros como consecuencia de la diferente ubicación del elipsoide con respecto al centro de la Tierra.

Con el propósito de unificar la plataforma de referencia para la definición de coordenadas a nivel mundial, el Departamento de Defensa de los Estados Unidos implementó la serie de WGS (World Geodetic System): WGS60, WGS66, WGS72 y WGS84, cuya característica fundamental es que su origen de coordenadas cartesianas es geocéntrico. La introducción de los sistemas WGS revolucionó la definición de elipsoides de referencia ya que, además de características geométricas se les especifican características físicas; las características geométricas se refieren al radio ecuatorial y al aplanamiento del elipsoide, mientras que las físicas consideran que: la velocidad angular de rotación del elipsoide biaxial debe ser igual a la velocidad de rotación terrestre, la masa contenida por el elipsoide debe ser numéricamente igual a la masa terrestre (constante gravitacional geocéntrica) y el potencial gravitacional generado por el elipsoide debe corresponder con una distribución radial de densidad (Teunissen and Kleusberg 1998).

Dado que la concepción de los sistemas WGS fue estrictamente militar, la Asociación Internacional de Geodesia (IAG: International Association of Geodesy) promueve la versión *civil* de los sistemas globales de referencia conocidos como GRS (Geodetic Reference System): GRS67 y GRS80. De hecho, el elipsoide asociado al WGS84 es el del sistema GRS80. En la práctica puede asumirse que los sistemas WGS84 y GRS80 son iguales (Teunissen and Kleusberg 1998).

4. SISTEMAS GEOCÉNTRICOS DE REFERENCIA

Resuelta la incompatibilidad de las coordenadas locales con la utilización de sistemas globales, el desempeño de la Geodesia mundial se centró en la definición del sistema geocéntrico más apropiado para la referenciación de datos. Como resultado, el sistema geocéntrico utilizado en Geodesia es el Sistema Convencional de Referencia Terrestre (CTRS: Conventional Terrestrial Reference System) cuyo eje Z coincide con el eje rotación terrestre, el plano XY, perpendicular al eje Z, coincide con el plano ecuatorial terrestre, el plano XZ coincide con el plano del meridiano de Greenwich y el eje Y es perpendicular a los ejes X y Z de acuerdo con la regla de la mano derecha (Teunissen and Kleusberg 1998, IERS 2000). El sistema CTRS está definido por el eje rotacional terrestre medio y el Observatorio Medio de Greenwich dado que con el transcurso del tiempo estos cambian su posición dentro del cuerpo terrestre. Este sistema provee la relación entre la Geodesia y la Astronomía Geodésica (Torge 2001, Vanicek and Krakiwski 1986).

Existen otros dos sistemas geodésicos coordenados: el Sistema Terrestre Instantáneo, referido a la posición instantánea del eje de rotación y el Sistema Geocéntrico Natural, cuyos ejes



coinciden con los ejes de inercia principales de la Tierra. Estos favorecen la conexión con las observaciones astronómicas y la dinámica terrestre, respectivamente. No obstante, debido a la alta dependencia con respecto al tiempo de estos dos últimos, no son utilizados como sistemas de referencia para el posicionamiento (Vanicek and Steeves 1996).

5. INTERNATIONAL EARTH ROTATION AND REFERENCE SYSTEMS SERVICE (IERS)

La vigencia de cualquier sistema de referencia se fundamenta en la intensidad de su utilización. La referencia geodésica global es definida, aprobada, adoptada e impulsada por organizaciones multilaterales que cobijan la mayor cantidad de científicos en el mundo y que hacen presencia en casi todos los países.

El máximo organismo es el Consejo Internacional para la Ciencia (ICSU: International Council for Science) el cual acoge, entre otras, a la Unión Internacional de Astronomía (IAU: International Astronomical Union), a la Unión Internacional de Geodesia y Geofísica (IUGG: International Union of Geodesy and Geophysics) y a la Unión Internacional de Ciencias Geológicas (IUGS: International Union of Geological Sciences). Cada una de éstas está compuesta por asociaciones que se hacen cargo de disciplinas específicas que, en el caso de la Geodesia, se desempeñan en la Asociación Internacional de Geodesia (IAG: International Association of Geodesy) de la IUGG.

De acuerdo con este organigrama, se le ha asignado al Servicio Internacional de Rotación Terrestre y Sistemas de Referencia (IERS: International Earth Rotation and Reference Systems Service) la responsabilidad de mantener y proporcionar los sistemas convencionales de referencia a través de cooperación internacional, bajo la potestad de la IAG y vínculos estrechos con la IAU. (Teunissen and Kleusberg 1998, Leick 1995, Kouba and Popelar 1999). El IERS fue creado en 1988 por la IUGG y la IAU, éste reemplazó a la Sección de Rotación Terrestre del Buró Internacional de l'Heure (BIH) y al Servicio Internacional de Movimiento Polar (IPMS). Igualmente, el IERS es miembro de la Federación de Servicios de Análisis de Información Astronómica y Geofísica (FAGS: Federation of Astronomical and Geophysical Services).

La misión del IERS es mantener, usar y proporcionar el Sistema Internacional de Referencia Celeste (ICRS: International Celestial Reference System) realizado por el Marco Internacional de Referencia Celeste (ICRF: International Celestial Reference Frame) y el Sistema Internacional de Referencia Terrestre (ITRS: International Terrestrial Reference System) realizado por el Marco Internacional de Referencia Terrestre (ITRF: International Terrestrial Reference Frame). De igual manera, debe proveer información precisa y periódica sobre la orientación terrestre (EOP: Earth Orientation Parameters) como conexión entre el ICRF y el ITRF (IERS 2000).

El seguimiento continuo de los marcos de referencia y la orientación terrestre se basa en observación y análisis de información obtenida a partir de radio interferometría astronómica



(VLBI: Very Long Baseline Interferometry), LLR (Lunar Laser Ranging) y técnicas de geodesia por satélite como GPS (Global Positioning System), SLR (Satellite Laser Ranging) y DORIS (Doppler Orbitography and Radiopositioning Integrated by Satellite) (IERS 2000, Kouba and Popelar 1999). Las técnicas utilizadas por el IERS presentan alta confiabilidad y son combinadas adecuadamente, de modo que se asegure suficiente redundancia (grados de libertad) y continuidad del servicio, manteniendo estrechos vínculos con otros programas globales de Astronomía y Geofísica. La consistencia y precisión de los productos ofrecidos por IERS requieren de organización y administración cuidadosas de las diferentes técnicas utilizadas en la navegación espacial, la Geodesia Espacial y la Astrometría (IERS 2000).

El IERS es un servicio interdisciplinario que mantiene relaciones cercanas con la Astronomía, la Geodesia y la Geofísica, haciéndolas interactuar y proporcionando resultados básicos de alta utilidad para estas disciplinas. Las actividades del IERS se basan en la cooperación de varios participantes (centro de análisis, coordinadores, oficinas) cuyo desempeño es evaluado mediante diferentes reuniones cada año (McCarthy 1996).

La combinación de los productos del IERS proporciona el Sistema de Referencia del IERS (IERS Reference System) que en suma corresponde con: estándares IERS, EOP (parámetros de orientación terrestre), ICRS (sistema celeste), ICRF (marco celeste), ITRS (sistema terrestre) e ITRF (marco terrestre).

6. SISTEMAS CONVENCIONALES DE REFERENCIA

Desde la antigüedad el hombre ha utilizado como plataforma de referencia los cuerpos ubicados en el espacio exterior ya que su aparente quietud facilita la determinación de coordenadas sobre la superficie del globo terráqueo. Por esta razón, la definición de un sistema terrestre de coordenadas implícitamente hace referencia a un sistema celeste de coordenadas. Así, los sistemas convencionales de referencia incluyen el Sistema Internacional Celeste con su marco de realización y el Sistema Internacional Terrestre con su marco correspondiente.

Los sistemas convencionales expuestos a continuación han sido aprobados oficialmente por las organizaciones internacionales comprometidas con la Astronomía y la Geodesia y en consecuencia, su adopción es fomentada y acogida en todos los países del mundo (IERS 2000).

6.1 INTERNATIONAL CELESTIAL REFERENCE SYSTEM (ICRS)

A través del desarrollo de la Astronomía y de la Geodesia se han formulado diversos sistemas de referencia celeste contándose actualmente con el ICRS, el cual fue aprobado por la IAU en su 23 Asamblea General en agosto de 1997 cuya resolución dice: "... as from 1 January 1998, the IAU Celestial Reference System shall be the International Celestial Reference System (ICRS) defined and maintained by IERS..."(IERS 2000).

El ICRS cumple con las recomendaciones formuladas por la IAU en 1991 para la definición de un sistema celeste de referencia. Su origen se localiza en el baricentro del Sistema Solar mediante el modelamiento de observaciones VLBI en el marco de relatividad general. Su polo



está en la dirección definida por los modelos de precesión y nutación construidos por la IAU y finalmente, el origen para la medición de las ascensiones rectas se ha definido coincidente con el equinoccio al 12 TDB el 1 de enero de 2000. El Sistema Celeste Clásico utilizado en las mediciones astronómicas ópticas (FK5: Fundamental Catalogue) fue vinculado al ICRS mediante las observaciones espaciales ópticas realizadas en el proyecto HIPPARCHOS (Teunissen and Kleusberg 1998; Hofmann-Wellenhof et al. 1996).

El ICRS es accesible (materializado) mediante la estimación de coordenadas ecuatoriales (declinaciones y ascensiones rectas) de un conjunto de fuentes de radio extragalácticas que conforman el International Celestial Reference Frame (ICRF) (IERS 2000).

6.2 INTERNATIONAL CELESTIAL REFERENCE FRAME (ICRF)

El Marco Internacional de Referencia Celeste (ICRF97) está compuesto por un catálogo de coordenadas ecuatoriales de 608 fuentes de radio extragalácticas seleccionadas a partir de 1,6 millones de observaciones acumuladas por una red mundial. Estos 608 cuerpos están clasificados de la siguiente manera: 212 fuentes muy compactas y largamente observadas, proporcionan las precisiones más altas ($\pm 0,4$ mas (milésima de segundos de arco)) en las posiciones individuales); 294 fuentes compactas con buena precisión en sus posiciones individuales pero requieren de una mayor cantidad de observaciones para disminuir su incertidumbre y 102 fuentes semicompactas, no muy apropiadas para propósitos astrométricos, pero son observadas para proporcionar el vínculo óptico entre los sistemas de referencia celeste y terrestre. El catálogo del ICRF implícitamente define la dirección de los ejes del marco de referencia cuya precisión se estima en 0,02 mas (IERS 2000, Teunissen and Kleusberg 1998).

A partir del ICRS y del ICRF es posible determinar la orientación del eje de rotación terrestre en el espacio, cuyos parámetros son básicos para definir la ubicación del sistema de referencia terrestre; es decir, el ITRS se obtiene a partir del ICRS y del ICRF a través de los Parámetros de Orientación Terrestre (EOP: Earth Orientation Parameters) proporcionados por el IERS, los cuales están en función del tiempo (IERS 2000).

6.3 INTERNATIONAL TERRESTRIAL REFERENCE SYSTEM (ITRS)

El sistema convencional de referencia terrestre (CTRS) observado, calculado y mantenido por el IERS se conoce como ITRS (International Terrestrial Reference System). Éste se define con origen en el centro de masas terrestre (incluyendo océanos y atmósfera). Su polo coincide con el polo definido por el CIO (Conventional International Origin) para 1903.0, el cual fue adoptado oficialmente en 1967 por la IAU y la IAG. El eje X es orientado hacia el meridiano de Greenwich en 1903.0, llamado también meridiano de referencia IERS (IERS Reference Meridian), el eje Z está orientado hacia el polo del CIO y el eje Y forma un sistema coordinado de mano derecha. El polo del CIO es la dirección media del polo determinada a partir que las mediciones de cinco estaciones del Servicio Internacional de Latitud (ILS: International Latitude Service) durante 1900.0 y 1906.0. Esta definición garantiza la



continuidad de un largo archivo de determinación óptica del movimiento polar iniciada en 1899 (Teunissen and Kleusberg 1998, Kouba and Popelar 1999).

La escala del ITRS se define en un marco geocéntrico de acuerdo con la teoría relativista de gravitación. Su orientación está forzada a no tener residuales en la rotación global con respecto a la corteza terrestre (IERS 2000).

Finalmente, la aplicación práctica del ITRS, es decir su materialización, se da a través de la definición de su marco ITRF.

6.4 INTERNATIONAL TERRESTRIAL REFERENCE FRAME (ITRF)

El ITRF está conformado por las coordenadas cartesianas geocéntricas $[X, Y, Z]$ y las velocidades $[V_x, V_y, V_z]$ de un conjunto de estaciones observadas con VLBI, LLR, SLR, GPS y DORIS, sus unidades corresponden con el sistema internacional SI (Teunissen and Kleusberg 1998, Leick 1995). Las velocidades son incluidas ya que el movimiento de las placas tectónicas y sus deformaciones también alteran sus coordenadas, pero estos movimientos no afectan las órbitas de los satélites. Esto se traduce en que, para una observación instantánea sobre la superficie de la Tierra, el marco de referencia terrestre ITRF diverge del sistema de referencia satelital (figura 6), lo que obliga que las coordenadas ITRF sean trasladadas en el tiempo de acuerdo con su variación por la presencia de la dinámica terrestre.

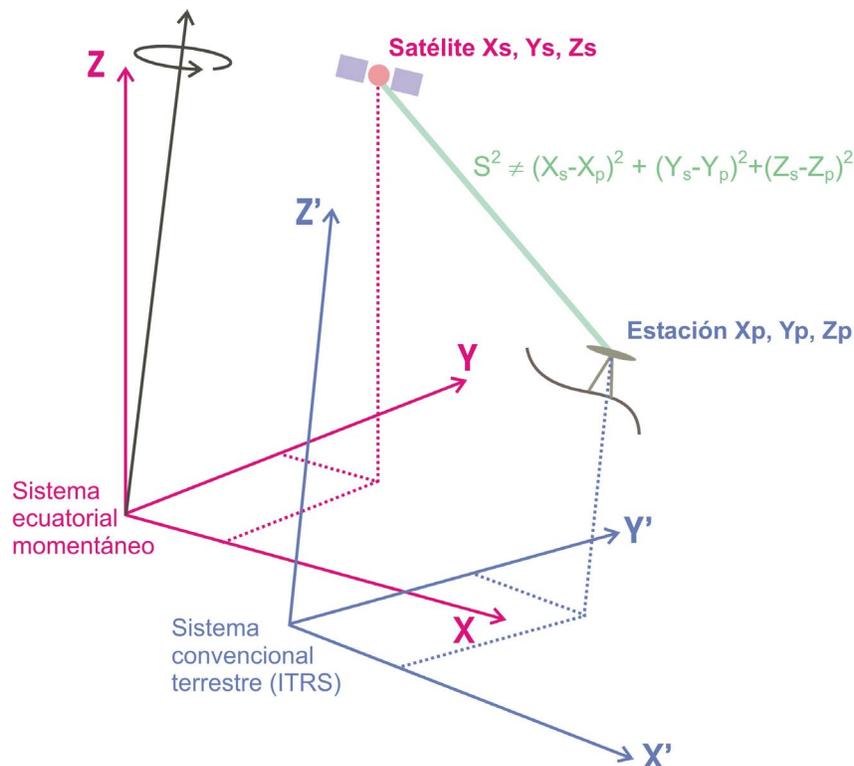


Figura 6. Diferencias entre el sistema de referencia satelital instantáneo y el ITRS (ITRF)

Dada la dependencia de las coordenadas geodésicas con respecto al tiempo, el ITRF es complementado indicando la época para la cual las posiciones de sus estaciones son vigentes. Por ejemplo, la denominación ITRF94 indica que las coordenadas de esta red están definidas para el 1 de enero de 1993. Su traslado a fechas diferentes, implica la aplicación de velocidades. El marco de referencia más recientemente calculado es el ITRF2000 (IERS 2003), sus coordenadas se refieren al 1 de enero de 1997 y coincide con la nueva definición del WGS84(G115) (World Geodetic System 1984, semana GPS No. 1150) (figura 7).

La principal utilidad del ITRF es que, a partir de su definición se calculan las efemérides precisas de los satélites GPS, lo que garantiza, que cualquier punto sobre la superficie terrestre que haya sido ligado al ITRF vigente está en el mismo sistema de referencia utilizado por los satélites.

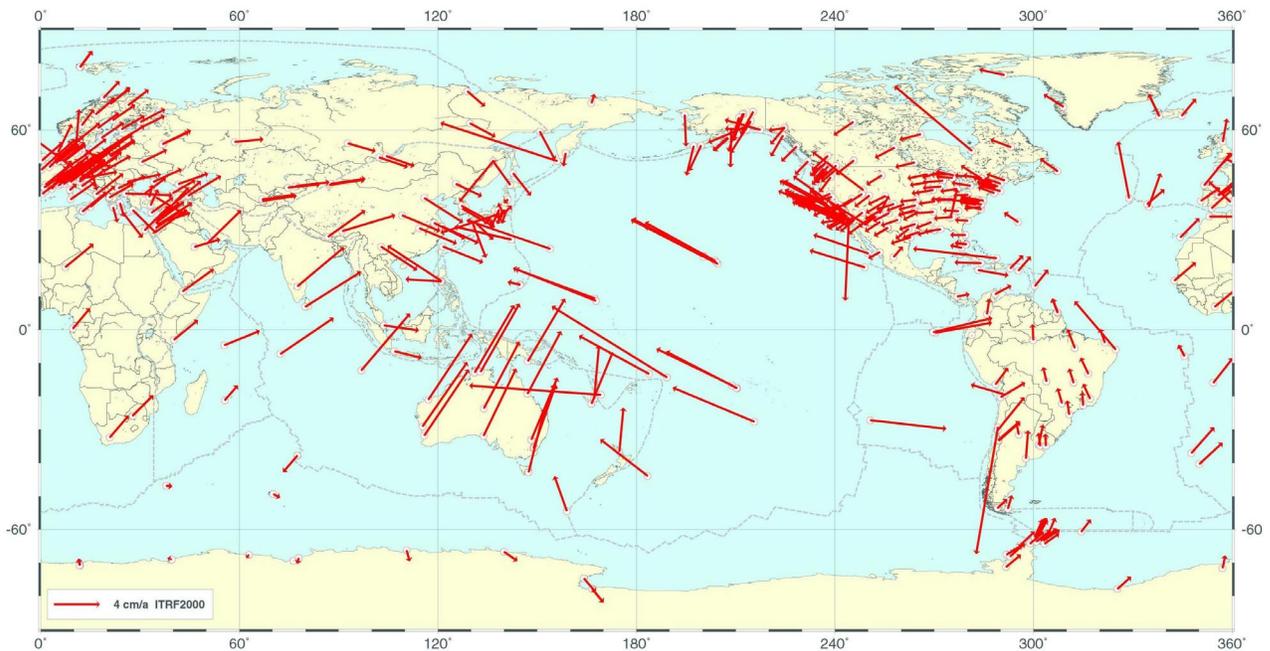


Figura 7. ITRF2000 y sus velocidades (proporcionado por DGFI)

7. SIRGAS: SISTEMA DE REFERENCIA GEOCÉNTRICO PARA LAS AMÉRICAS

Si bien las estaciones que conforman el ITRF ofrecen un cubrimiento mundial, resultan insuficientes (muy distantes) para su utilización práctica por parte de generadores y consumidores de información georreferenciada. Por tanto, es necesario establecer densificaciones continentales, nacionales y regionales que permitan el acceso directo al marco global de referencia.

En consecuencia, en América del Sur, se decidió establecer una red de estaciones GPS de alta precisión con la densidad suficiente de puntos para el cubrimiento homogéneo de la zona y además, garantizar la participación de cada uno de los países de esta parte del continente. De

esta forma surge el proyecto SIRGAS (Sistema de Referencia Geocéntrico para América del Sur) (SIRGAS 1997).

SIRGAS inició en la Conferencia Internacional para la definición de datum geocéntrico sur americano, llevada a cabo en octubre de 1993 en Asunción, Paraguay. Las entidades participantes son la Asociación Internacional de Geodesia (AIG), el Instituto Panamericano de Geografía e Historia (IPGH), National Imagery and Mapping Agency (NIMA, actualmente National Geospatial-Intelligence Agency -NGA-) y cada uno de los Institutos Geográficos de los países comprometidos. Sus objetivos principales eran definir un sistema de referencia para América del Sur, establecer y mantener una red de referencia y determinar un datum geocéntrico (SIRGAS 1997).

Las labores desempeñadas inicialmente durante el proyecto SIRGAS se clasificaron en dos grupos de trabajo, Grupo I: Sistema de Referencia (GTI), cuyo objetivo principal era la definición del sistema geodésico de referencia para América del Sur (coincidente con el definido por el ITRS) y el establecimiento y mantenimiento del marco de referencia (red de estaciones GPS de alta precisión). El Grupo II: Datum Geocéntrico (GTII), se encargó de establecer un datum geocéntrico mediante la extensión de la red GPS SIRGAS a través de la integración de las redes geodésicas nacionales de cada uno de los países suramericanos. Para el efecto, se acordó utilizar como datum geocéntrico un sistema de ejes coordenados basado en el sistema de referencia SIRGAS, equivalente al ITRF94, y con los parámetros del elipsoide GRS80 (Geodetic Reference System, 1980) (SIRGAS 1997).

Los resultados obtenidos, presentados en la Asamblea Científica de la IAG en Río de Janeiro en septiembre de 1997, se tradujeron en una red de 58 estaciones GPS que, distribuidas sobre el continente, conforman el Sistema de Referencia SIRGAS ligado a ITRF94, época 1995.4 (SIRGAS 1997).

El mantenimiento de SIRGAS incluye, además de la preservación física de los monumentos, el cambio de las coordenadas a través del tiempo, garantizando así la consistencia entre el sistema terrestre SIRGAS y el sistema de referencia satelital. Para el efecto, las velocidades de cada una de las estaciones SIRGAS son calculadas a partir de observaciones repetitivas (Drewes 1998). Dentro de éstas se considera la red de estaciones GPS permanentes y la ocupación periódica de las 58 estaciones SIRGAS. La red GPS permanente está compuesta por más de 40 puntos de rastreo continuo en el continente sur americano, cuya información es procesada semanalmente por DGFI (Deutsches Geodätisches Forschungsinstitut) como Centro Asociado de Procesamiento Regional del Servicio Internacional de GPS (GPS-RNAAC-SIR: Regional Network Associate Analysis Center - SIRGAS) y, a su vez, son consideradas en el Servicio GPS Internacional (IGS: International GPS Service), lo que garantiza su referencia permanente con el sistema geocéntrico global (Seemueller and Drewes 1998). La información capturada por las estaciones permanentes se ha complementado con una segunda ocupación de la red SIRGAS, la cual se llevó a cabo entre el 9 y el 19 de mayo de 2000. En esta campaña se incluyeron, además de las estaciones de 1995, los mareógrafos que definen los sistemas de alturas en los países de América del Sur y nuevos puntos ubicados en América Central, Estados Unidos y Canadá (Luz et al, 2001). Por tal razón, en el simposio *IAG Vertical*



Reference Systems celebrado en Cartagena de Indias en febrero de 2001, se dio una nueva definición al acrónimo SIRGAS, siendo en la actualidad *Sistema de Referencia Geocéntrico para Las Américas* (SIRGAS 2002). El resultado de esta nueva campaña es una red homogéneamente distribuida sobre el continente, conformada por 183 estaciones, cuyas coordenadas están calculadas en el ITRF2000, época 2000.4 (figura 8) (Drewes et al. 2003).

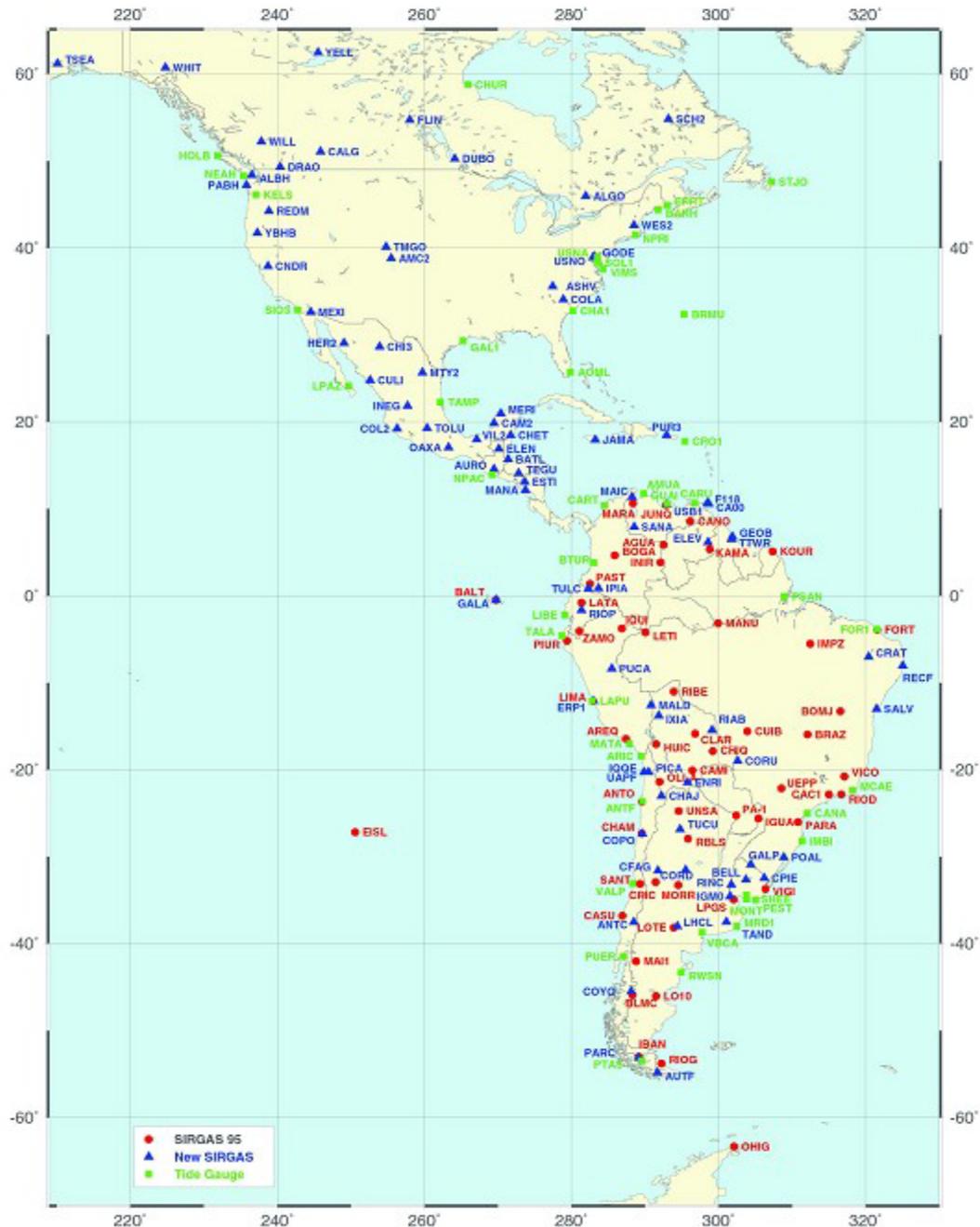


Figura 8. SIRGAS: Sistema de Referencia Geocéntrico para las Américas

El cálculo de las velocidades de los puntos SIRGAS se ha hecho con base en las estaciones GPS de funcionamiento continuo, las campañas de 1995 y 2000 y los proyectos geodinámicos desarrollados en el continente, entre los que se destacan: CAP (Central Andes GPS Project), SAGA (South America Geodynamics Activity), SNAPP (South America - Nazca Plate Motion Project) y CASA (Central And South America GPS Geodynamics Project) (Drewes et al. 1995, Kellogg and Vega 1995). La figura 9 muestra el modelo de velocidades vigente (Drewes and Heidbach 2003).

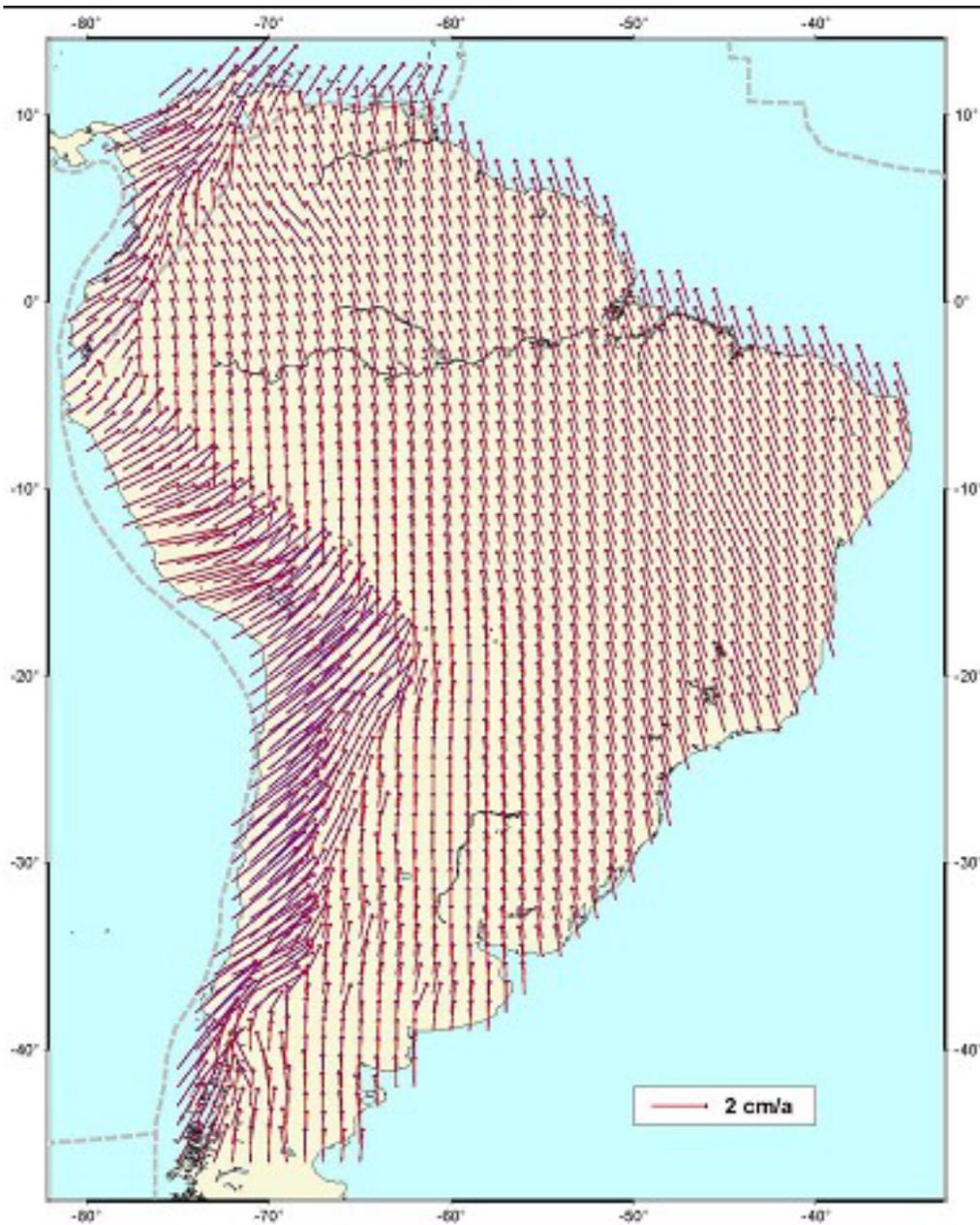


Figura 9. Modelo de velocidades para América del Sur (Drewes and Heidbach 2003).

De otra parte, con el propósito de definir y establecer una plataforma vertical de referencia común para América del Sur, el proyecto SIRGAS ha establecido el tercer grupo de trabajo denominado Datum Vertical (GTIII) que, al igual que los dos grupos de trabajo definidos anteriormente, cuenta con la colaboración de consultores científicos y la concurrencia de representantes de los Institutos Geográficos de los países miembros. Las resoluciones emanadas del GTIII contemplan, entre otras, la adopción de un sistema de referencia vertical único para toda América del Sur con dos tipos de altitudes: Alturas elipsoidales para definir el marco de referencia y otro tipo de alturas físicas (preferiblemente normales), obtenidas a partir de los números geopotenciales, a fin de satisfacer las necesidades prácticas de los usuarios comunes y la materialización del sistema de referencia vertical mediante el establecimiento de un conjunto de estaciones niveladas geométricamente, con valores de gravedad conocidos y coordenadas referidas en el Sistema SIRGAS, incluyendo los mareógrafos que definen los diferentes datum verticales clásicos existentes (Drewes et al. 2001).

El sistema SIRGAS es, hoy por hoy, el resultado de la conjunción de esfuerzos internacionales en una gran cantidad de factores que lo ubican en el primer lugar de la lista de sistemas de referencia regionales. Su estructura, consistencia, precisión y exactitud lo clasifican en el ejemplo a seguir y se constituye en el fundamento básico para el avance de los sistemas de referencia nacionales en América. Por esta razón, la ONU en su Séptima Conferencia Cartográfica para las Américas (Nueva York, enero de 2001) recomendó la adopción de SIRGAS como sistema de referencia oficial para todos los países de América. (ver: <http://www.ibge.gov.br/home/geografia/geodesico/sirgas/principal>)

8. *MAGNA-SIRGAS*: Marco Geocéntrico Nacional de Referencia

SIRGAS es la extensión del ITRF en América; no obstante, debe ser densificado para satisfacer las demandas de los usuarios de información geodésica de referencia en los diferentes países. Por tal razón, el Directorio de Directores de Institutos Geográficos de América del Sur, España y Portugal (DIGSA), acordó que todos los sistemas nacionales de referencia en América del Sur estarán definidos sobre SIRGAS y serán una densificación del mismo (Brasilia 1998).

En Colombia, el Instituto Geográfico Agustín Codazzi, organismo nacional encargado de determinar, establecer, mantener y proporcionar los sistemas de referencia geodésico, gravimétrico y magnético (Decretos No. 2113/1992 y 208/2004), inició a partir de las estaciones SIRGAS, la determinación de la Red Básica GPS, denominada *MAGNA* (Marco Geocéntrico Nacional de Referencia), que por estar referida a SIRGAS, se denomina convencionalmente *MAGNA-SIRGAS*. Ésta se halla conformada por 60 estaciones GPS de cubrimiento nacional (figura 10) de las cuales, 8 son vértices SIRGAS y 16 corresponden con la red geodinámica CASA (Central and South American geodynamics network). Éstos fueron determinados durante los años 1994, 1995 y 1997 con el propósito de suministrar una plataforma confiable a los productores y usuarios de información georreferenciada en el país. Dentro de este marco, uno de los objetivos principales en el procesamiento de los datos GPS fue su integración al Sistema de Referencia Geocéntrico, definido por el Marco Internacional



de Referencia Terrestre (ITRF), a través de su vinculación con el Sistema SIRGAS, es decir, con el ITRF94 época 1995.4. Esta integración garantiza que las coordenadas de la red básica nacional estén definidas sobre el mismo sistema que sirve como base para el cálculo de las órbitas de los satélites GPS, que son distribuidas a nivel mundial por el Servicio Internacional GPS (IGS: International GPS Service). De esta manera, los vértices **MAGNA-SIRGAS** son utilizados como puntos de empalme (estaciones fiduciales) y sus coordenadas, junto con la efemérides del IGS, permiten obtener posiciones geodésicas referidas al ITRF vigente, el cual a su vez, coincide con la nueva definición del WGS84(G1150), introducida a partir del 1 de enero de 2000 (Merrigan et al. 2002).

El procesamiento final de la información registrada en las diferentes campañas de **MAGNA-SIRGAS** incluye la formación de ecuaciones de observación, mediante la formulación matemática de modelos físicos y su solución a través del cálculo de compensación por mínimos cuadrados, estimando las coordenadas definitivas de las estaciones. Este cálculo se efectuó, bajo la coordinación del Instituto Alemán de Investigaciones Geodésicas (DGFI), con el software Bernese versión 4.0 (BV4.0) del cual, algunas subrutinas fueron modificadas con el propósito de particularizar las condiciones existentes y optimizar los resultados. Las principales modificaciones están asociadas con el modelo para la corrección de la refracción troposférica, la composición de las ecuaciones normales de las campañas de observación en los diferentes años y su solución por inversión (Tremel et al. 2001). El cálculo de compensación de las coordenadas finales de las estaciones se efectuó en dos pasos: Ajuste de redes parciales por cada día y combinación de las ecuaciones normales parciales con las coordenadas de empalme (vértices SIRGAS) para vincular la red total al datum geocéntrico (Sánchez et al. 1999).

El primer paso es un ajuste de las observaciones de cada día en forma de redes parciales. En este cálculo no se fija ninguna estación terrestre, sino que se introducen solamente las órbitas precisas de los satélites (dadas por IGS). Por esto se habla de *redes libres*. El ajuste proporciona información sobre la precisión interna de cada día de observación, y la comparación de diferentes días permite una estimación de la precisión externa (consistencia de las coordenadas). De esta manera, se pueden encontrar discrepancias en las observaciones e identificar errores (Tremel et al. 2001, Sánchez et al. 1999). En el segundo paso, se acumulan las ecuaciones normales de cada día (redes parciales) y se suman las ecuaciones normales de las coordenadas de las estaciones de empalme (vértices SIRGAS) formando así, una red completa vinculada al sistema geocéntrico SIRGAS. En esta parte, se introducen las coordenadas con un peso correspondiente al error medio de los valores determinados en el ajuste de la red SIRGAS, las cuales también poseen correcciones y errores medios. De esta manera se consigue una estimación de la exactitud de la red (Sánchez et al. 1999).

El resultado del procesamiento final son las coordenadas de las estaciones **MAGNA-SIRGAS** en el sistema de referencia geocéntrico definido por el marco SIRGAS. Los errores medios obtenidos en el cálculo de compensación están en el orden de 5 mm para todas las coordenadas (2 mm ... 7 mm) (Tremel et al. 2001). Este cálculo incluye solamente los errores internos de las mediciones, es decir, su precisión. Por tanto, no proporciona indicadores sobre la exactitud



de las coordenadas. Estos pueden estimarse a partir de los residuos en las estaciones de empalme con respecto a las coordenadas fijas de SIRGAS. Los valores se presentan en la siguiente tabla (Tremel et al. 2001):

Tabla 1. Residuos de las estaciones SIRGAS en el procesamiento de la red GPS básica de **MAGNA-SIRGAS**

Estación	X [m]	Y [m]	Z [m]	Latitud [m]	Longitud [m]	Altura [m]
Cartagena	-0.0042	0.0023	-0.0033	-0.0027	-0.0035	-0.0038
Bogotá 2	-0.0052	0.0007	0.0095	0.0097	-0.0048	-0.0014
Pto. Inírida	-0.0023	0.0130	0.0022	0.0031	0.0028	-0.0127
Pasto	0.0057	0.0244	0.0038	0.0044	0.0109	-0.0225
Leticia	-0.0017	-0.0110	0.0047	0.0055	-0.0054	0.0094

Teniendo presente que Colombia está ubicada sobre la zona de choque de tres placas y que las coordenadas sobre la superficie de la Tierra varían en función del tiempo como consecuencia de los movimientos de las placas tectónicas y de las deformaciones de la corteza terrestre, es necesario mencionar que dichos movimientos afectan en forma diferente las posiciones estimadas de los puntos geodésicos. Así, mientras que la dinámica de las placas es homogénea (continua) sobre cada una de ellas y sus variaciones pueden modelarse y predecirse fácilmente, los cambios que se presentan sobre las áreas de deformación cortical son irregulares y difíciles de estimar (Drewes et al. 1995, Kellogg and Vega 1995). A éstos pueden adicionarse los movimientos abruptos causados por terremotos que influyen sobre las coordenadas en forma aleatoria, dejando como única alternativa para su conocimiento la ocupación permanente o periódica de los puntos de control geodésico. Como consecuencia de estos fenómenos, en Colombia, la posición de los vértices geodésicos puede variar de 1 a 2 cm por año (figura 9).

De acuerdo con lo anterior, el IGAC adelanta la instalación de una red de estaciones GPS de funcionamiento continuo (Red **MAGNA-ECO**), administradas desde su Sede Central y procesadas en conjunto con el Centro de Análisis Regional del IGS, de modo que sus posiciones sean orientadas permanentemente con el ITRF vigente. De dichas estaciones ya están funcionando seis, se adelanta la instalación de diez y se están adquiriendo los equipos para 14 más. Se espera que la totalidad de las estaciones hasta ahora programadas estén en operación a mediados de 2005 (figura 10).

De otro lado, además de los propósitos científicos considerados en el diseño y ejecución del sistema de referencia **MAGNA-SIRGAS**, su aplicabilidad práctica radica en su utilización por parte de los generadores y consumidores de información georreferenciada en el país. Para el efecto, el IGAC proporciona la información de las estaciones GPS de rastreo continuo a sus usuarios, de modo que operen como estación base en los levantamientos GPS diferenciales y extiende la Red Básica GPS mediante su densificación, incluyendo aquellos proyectos geodésicos que buscan proporcionar redes regionales de referencia y que son desarrollados bajo las especificaciones para el establecimiento de redes geodésicas elaborado por el IGAC. Dentro de estas redes regionales pueden citarse el Proyecto Aeronáutica Civil, Red Geodésica del Quindío, Red Geodésica del Área Metropolitana de Pereira, Red Geodésica de Medellín,

Proyecto Catastro Distrital - Bogotá, proyectos de georreferenciación para compañías petroleras, etc.

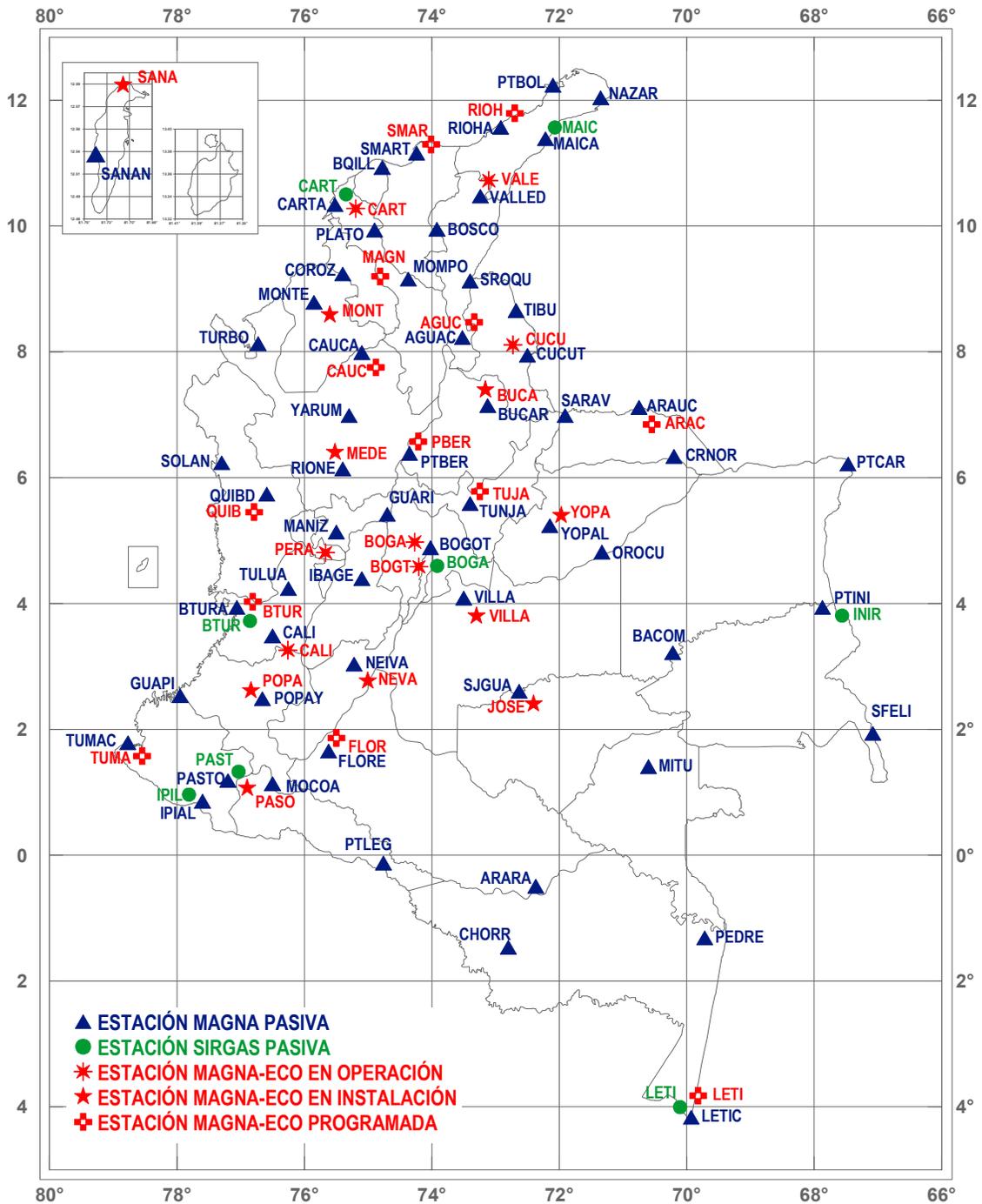


Figura 10. Sistema MAGNA-SIRGAS: Red Básica GPS (Octubre 2004)



9. SISTEMA GEODÉSICO LOCAL: DATUM BOGOTÁ

Antes de la definición del Sistema *MAGNA-SIRGAS*, la plataforma de referencia nacional estaba constituida por un datum geodésico horizontal, adoptado en 1941, cuyo elipsoide asociado corresponde con el Internacional de 1924 y cuyo punto datum se localizó en el Observatorio Astronómico de Bogotá, de aquí su nombre (Ruiz y Arjona 1941). A partir de este marco, el IGAC inició hace 60 años el establecimiento de la red geodésica de control horizontal (ARENA: Antigua Red Nacional), la cual está conformada por cerca de once mil puntos, que constituyen los vértices geodésicos de primer, segundo y tercer orden. La red de primer orden fue determinada mediante arcos de triangulación distribuidos sobre las cumbres más prominentes del territorio nacional y fueron ajustados a partir de 33 estaciones astronómicas. La red de primer orden dio apoyo a los vértices de segundo orden y estos a su vez a los de tercer orden, empleando métodos topográficos de precisión (triangulación, bisección, trilateración y poligonación) para su determinación.

Sin duda el Datum BOGOTÁ y su red ARENA constituyeron una obra de excelente calidad. De hecho, gracias a ellos actualmente se cuenta con un cubrimiento nacional de planchas topográficas que han sido herramienta básica para el diseño de planes y programas comprometidos con el desarrollo del país. No obstante, debido a las desventajas de las técnicas geodésicas clásicas en relación con las tecnologías modernas, éstos presentan ciertas incompatibilidades con el usuario de GPS, las cuales pueden resumirse en:

- El Datum BOGOTÁ materializa al ITRS con un error sistemático de aproximadamente 250 m ya que su origen se encuentra desplazado del geocentro 530 m. Esto significa que las posiciones definidas sobre el Datum BOGOTÁ aparecen desplazadas en una cantidad similar con respecto a las posiciones definidas sobre *MAGNA-SIRGAS*.
- El error relativo de la red ARENA varía de acuerdo con la región del país, lo que no permite un control apropiado para levantamientos GPS precisos.
- A diferencia de *MAGNA-SIRGAS*, que es un sistema de referencia tridimensional, el Datum BOGOTÁ es un marco bidimensional en el que se dispone de coordenadas curvilíneas (ϕ, λ) y altura sobre el nivel medio del mar (H). No se conoce la altura con respecto al elipsoide (altura elipsoidal o geodésica h).

Estas circunstancias hacen que el Datum BOGOTÁ y su red asociada ARENA entren necesariamente en desuso y que sean reemplazados en el desarrollo de aplicaciones prácticas por el sistema *MAGNA-SIRGAS*. No obstante, los datos espaciales (análogos y digitales) vinculados al Datum BOGOTÁ deben ser migrados a *MAGNA-SIRGAS*. Para el efecto, el IGAC promueve la adopción y utilización de los parámetros oficiales de transformación, los cuales garantizan homogeneidad en la actualización de la información coordinada existente en Colombia.



10. TRANSFORMACIÓN DE COORDENADAS ENTRE LOS SISTEMAS DE REFERENCIA *MAGNA-SIRGAS* Y DATUM BOGOTÁ

Si bien existen diferentes métodos para el cálculo y aplicación de parámetros de transformación, la metodología seleccionada por el IGAC se ha basado en los siguientes criterios:

- La transformación de coordenadas entre *MAGNA-SIRGAS* y Datum BOGOTÁ debe considerar la variación generada por las diferencias geométricas y de ubicación entre los elipsoides de referencia (GRS80 y el Internacional) y las causadas por las deformaciones tácticas a las redes clásicas.
- El modelo de transformación debe ser ampliamente usado, de modo que esté incluido en las aplicaciones comerciales que administran información georreferenciada (paquetes SIG, cartografía digital, etc.).
- La metodología de aplicación debe ser amigable, eficiente en la transformación de conjuntos grandes de datos y estándar para que todos los usuarios nacionales de la información espacial obtengan resultados coherentes entre sí.

Bajo estas consideraciones, la migración de la información georreferenciada en Datum BOGOTÁ a *MAGNA-SIRGAS* se fundamenta en el modelo de transformación tridimensional de Molodensky-Badekas, incluyendo un refinamiento a través de una transformación bidimensional afin.

Dado que la precisión de los parámetros de transformación dependen del área y del número de puntos disponibles en los dos sistemas de referencia, y teniendo presente que, debido a las distorsiones de la red geodésica clásica ARENA, los valores de dichos parámetros pueden variar significativamente de un lugar a otro, los parámetros para el modelo Molodensky-Badekas se han determinado para ocho regiones diferentes en el país y son aplicables para la migración de información cartográfica a escalas pequeñas (1 : 3 000 000 ... 1 : 25 000). La transformación afin se utiliza para escalas cartográficas grandes (1 : 500 ... 1: 10 000) una vez se ha aplicado la transformación de Molodensky-Badekas.

10.1 MODELO MOLODENSKY-BADEKAS

Éste cuantifica el cambio de las coordenadas causado por las diferencias de posición y tamaño (componente sistemática) de los elipsoides asociados al sistema *MAGNA-SIRGAS* y al Datum BOGOTÁ. Se basa en coordenadas cartesianas tridimensionales considerando tres parámetros de traslación [ΔX , ΔY , ΔZ], tres de rotación [R_x , R_y , R_z] y un factor de escala (λ) (figura 11). Dado que el factor de escala es el mismo en todas las direcciones, se denomina transformación de similitud o lineal conforme, es decir, los ángulos (formas) se mantienen después de la transformación, pero las extensiones y posiciones de las líneas cambian. Este método originalmente se conoce como transformación de similitud de Helmert, pero dadas algunas variaciones en su determinación también se habla de los modelos Molodensky-Badekas y Bursa-Wolf.



En redes geodésicas pequeñas en extensión, se presenta una correlación muy alta entre los parámetros de rotación y traslación, por tal razón, se acostumbra a calcular los parámetros de transformación en función de las coordenadas del punto central del área. Esta metodología es la que se conoce como el método Molodensky-Badekas. Su formulación matemática corresponde con:

$$\begin{bmatrix} X_{MAGNA} \\ Y_{MAGNA} \\ Z_{MAGNA} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_0 \\ Y_0 \\ Z_0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Delta X \\ \Delta Y \\ \Delta Z \end{bmatrix} + (1+\lambda) \begin{bmatrix} 1 & Rz & -Ry \\ -Rz & 1 & Rx \\ Ry & -Rx & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_{BOGOTA} - X_0 \\ Y_{BOGOTA} - Y_0 \\ Z_{BOGOTA} - Z_0 \end{bmatrix} \quad (1)$$

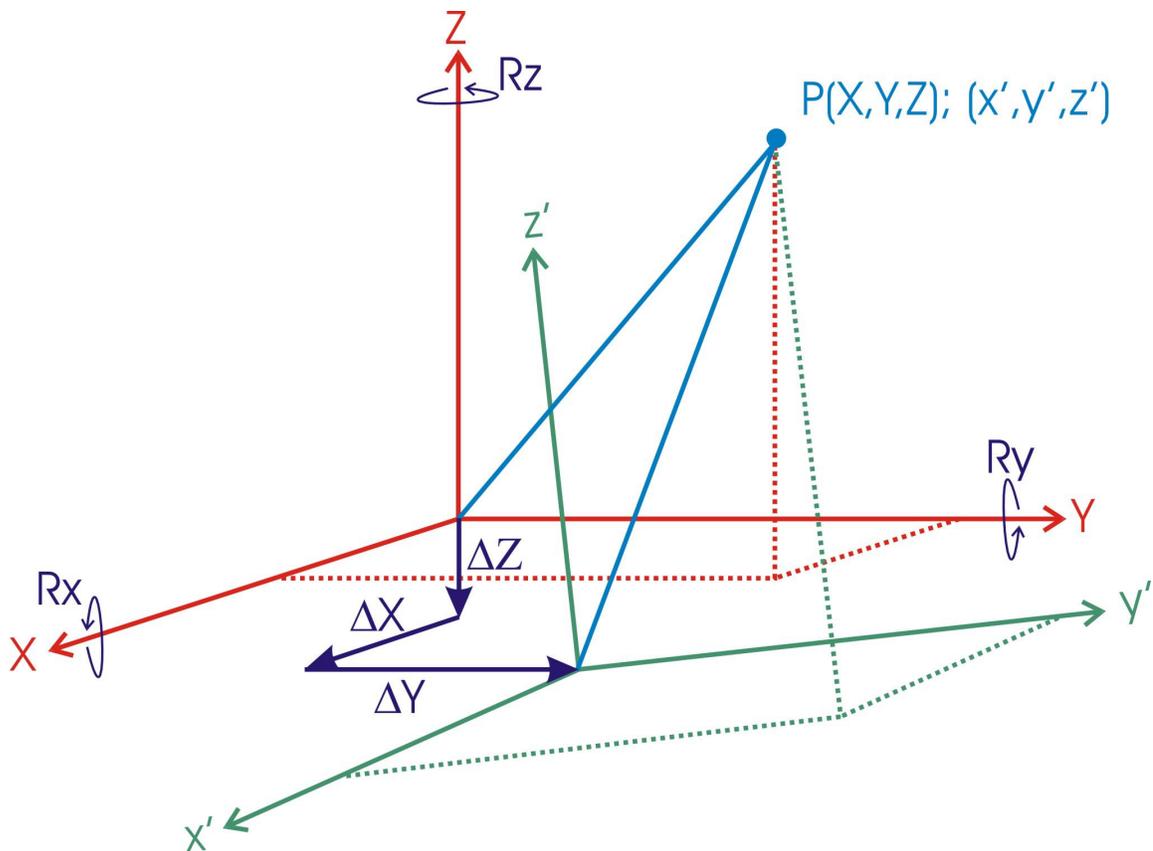


Figura 11. Transformación tridimensional de siete parámetros.

siendo:

$[X_{MAGNA}, Y_{MAGNA}, Z_{MAGNA}]^T$: Coordenadas geocéntricas del punto de cálculo referidas a **MAGNA-SIRGAS**

$[X_0, Y_0, Z_0]^T$: Coordenadas geocéntricas del punto central

$[X_{BOGOTA}, Y_{BOGOTA}, Z_{BOGOTA}]^T$: Coordenadas geocéntricas del punto de cálculo referidas al Datum BOGOTÁ

$[\Delta X, \Delta Y, \Delta Z]^T$: Parámetros de translación

$[R_x, R_y, R_z]^T$: Parámetros de rotación

λ : Factor de escala

La altura elipsoidal [h] utilizada para la conversión de coordenadas geográficas [φ, λ] a coordenadas geocéntricas [X, Y, Z] sobre el Datum BOGOTÁ se obtiene utilizando el modelo geoidal GEOCOL y la relación matemática:

$$h = H + N \quad (2)$$

Si bien la utilización de esta relación es de muy baja precisión, se prefiere la incertidumbre de $\sim \pm 3$ m en las alturas elipsoidales a la utilización de alturas niveladas en su reemplazo, ya que se introducirían errores de la magnitud de las ondulaciones geoidales en Colombia ($\sim -30 \dots \sim +30$ m).

Los parámetros de transformación para cada región en Colombia (figura 12) han sido calculados mediante compensación por mínimos cuadrados considerando los puntos comunes a los dos sistemas disponibles en cada zona. Los valores obtenidos se presentan en la tabla 2.

Los valores de translación están en el orden de la magnitud de las deflexiones de la vertical del punto datum (pilastra sur del Observatorio Astronómico de Bogotá); éstos son grandes ya que el elipsoide de referencia utilizado (Internacional de 1924) no es muy cercano al geode, su radio ecuatorial excede a aquel en aproximadamente 250 m. Los ángulos de rotación reflejan la precisión de las observaciones astronómicas, dada sus magnitudes tan pequeñas podrían obviarse y asumirse paralelismo entre los ejes coordenados de los sistemas de referencia *MAGNA-SIRGAS* y Datum BOGOTÁ. Finalmente, el factor de escala en las secciones antiguas de la red alcanza 10^{-5} , mientras que para las partes más recientes su valor varía en torno a 10^{-6} , lo que refleja los avances técnicos en la medición de distancias.

10.2 TRANSFORMACIÓN BIDIMENSIONAL AFÍN

Como se mencionó anteriormente, el modelo Molodeny-Badekas se preocupa por transformar una figura de un marco de referencia a otro, sin alterar su forma. Sin embargo, dadas las características de las redes clásicas, muchas veces es conveniente complementar la transformación, de modo tal que la forma del objeto o red transformada sea refinada mediante un modelo matemático suplementario que minimice las distorsiones existentes y que mejore la precisión de las coordenadas resultantes. Esta metodología es de especial utilidad en cartografía urbana y mapas catastrales, tanto en formato análogo como en digital.



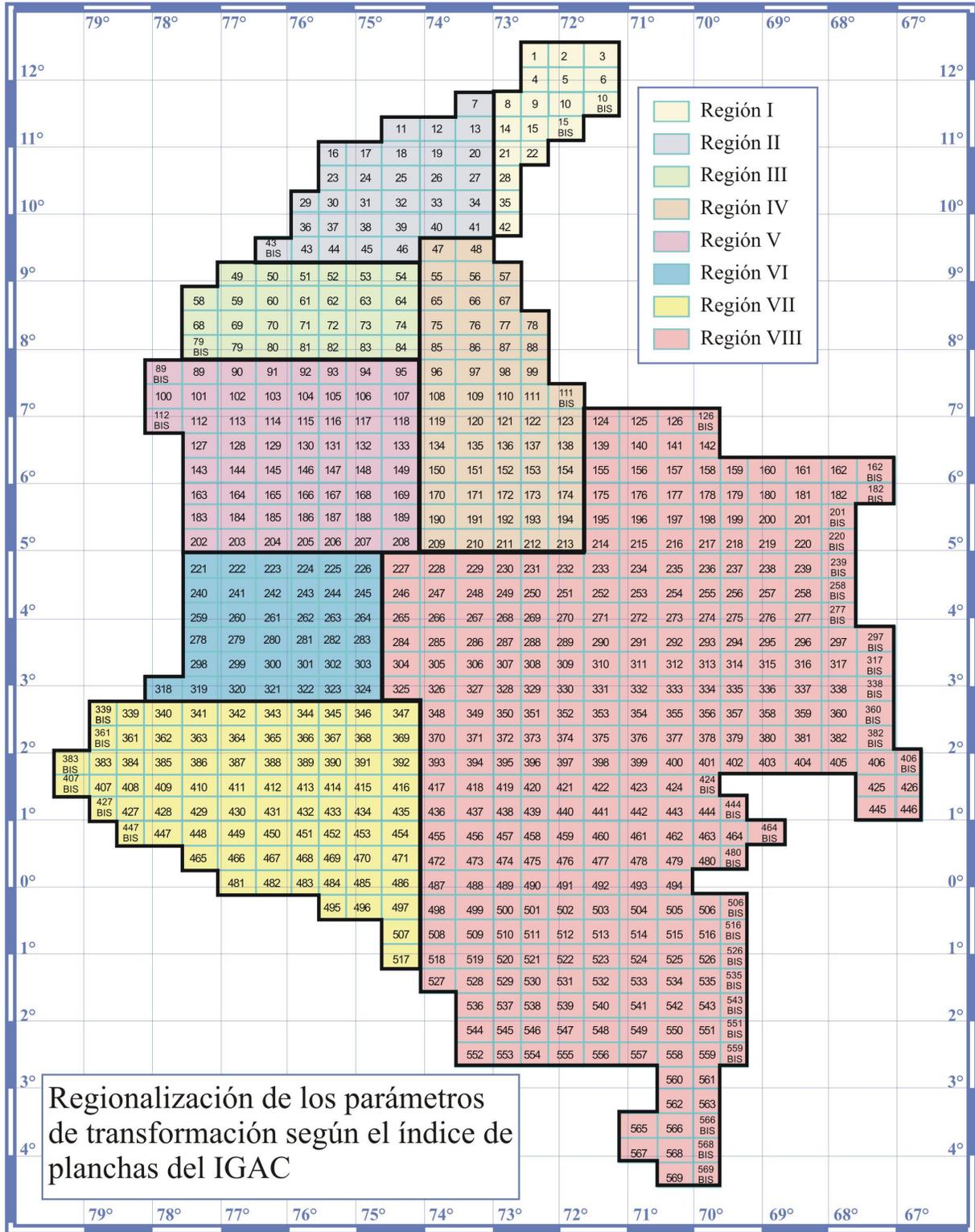


Figura 12. Regionalización de los parámetros de transformación en Colombia según el índice de planchas del IGAC

Tabla 2. Parámetros regionales de transformación para migrar información georreferenciada en Datum BOGOTÁ al sistema **MAGNA-SIRGAS**.

Parámetro	Región			
	I $\varphi = 10,0 \dots 13,0 \text{ N}$ $\lambda = 73,0 \dots 71,0 \text{ W}$	II $\varphi = 9,4 \dots 11,6 \text{ N}$ $\lambda = 76,0 \dots 73,0 \text{ W}$	III $\varphi = 8,0 \dots 9,4 \text{ N}$ $\lambda = 77,6 \dots 74,4 \text{ W}$	IV $\varphi = 5,0 \dots 9,4 \text{ N}$ $\lambda = 74,4 \dots 72,0 \text{ W}$
ΔX [m]	300,449	308,833	311,118	306,666
ΔY [m]	293,757	282,519	289,167	315,063
ΔZ [m]	-317,306	-314,571	-310,641	-318,837
λ	-2,081 615 E-05	-1,356 561 E-05	-5,771 882 E-06	-1,389 912 E-05
Rx [rad]	6,018 581 E-05	-4,471 845 E-05	-8,358 815 E-05	-7,992 173 E-05
Ry [rad]	-1,450 002 E-05	1,175 087 E-05	-3,057 474 E-05	-8,090 698 E-06
Rz [rad]	-1,892 455 E-04	-4,027 981 E-05	7,573 043 E-06	1,051 699 E-04
Xo [m]	1 891 881,173	1 625 036,590	1 555 622,801	1 845 222,398
Yo [m]	-5 961 263,267	-6 054 644,061	-6 105 353,313	-6 058 604,495
Zo [m]	1 248 403,057	1 172 969,151	991 255,656	769 132,398

Parámetro	Región			
	V $\varphi = 5,0 \dots 8,0 \text{ N}$ $\lambda = 78,0 \dots 74,4 \text{ W}$	VI $\varphi = 3,0 \dots 5,0 \text{ N}$ $\lambda = 78,0 \dots 74,4 \text{ W}$	VII $\varphi = 1,0 \text{ S} \dots 3,0 \text{ N}$ $\lambda = 79,0 \dots 74,0 \text{ W}$	VIII $\varphi = 4,5 \text{ S} \dots 3,0 \text{ N}$ $\lambda = 74,0 \dots 66,5 \text{ W}$ $\varphi = 3,0 \dots 5,0 \text{ N}$ $\lambda = 74,4 \dots 66,5 \text{ W}$ $\varphi = 5,0 \dots 7,3 \text{ N}$ $\lambda = 72,0 \dots 66,5 \text{ W}$
ΔX [m]	307,871	302,934	295,282	302,529
ΔY [m]	305,803	307,805	321,293	317,979
ΔZ [m]	-311,992	-312,121	-311,001	-319,080
λ	2,181 655 E-06	3,746 562 E-06	6,325 744 E-06	-2,199 976 E-06
Rx [rad]	-4,216 368 E-05	3,329 153 E-05	-4,698 084 E-05	1,361 566 E-05
Ry [rad]	-2,030 416 E-05	-4,001 009 E-05	5,003 127 E-06	-2,174 456 E-06
Rz [rad]	-6,209 624 E-05	-4,507 205 E-05	-9,578 653 E-05	-1,362 418 E-05
Xo [m]	1 594 396,206	1 558 280,49	1 564 000,62	1 738 580,767
Yo [m]	-6 143 812,398	-6 167 355,092	-6 180 004,879	-6 120 500,388
Zo [m]	648 855,829	491 954,2193	243 257,9554	491 473,3064

En este sentido, con el propósito de refinar la migración a **MAGNA-SIRGAS** de la información referida al Datum BOGOTÁ, una vez se ha aplicado el modelo Molodeni-

Badekas, se adelanta una transformación afín de seis parámetros, calculada con coordenadas planas (Gauss-Krüger o cartesianas). El modelo matemático correspondiente equivale a:

$$E = (k \cos \alpha) E' + (l \sin \beta) N' + c \quad (3.a)$$

$$N = -(k \sin \alpha) E' + (l \cos \beta) N' + f \quad (3.b)$$

siendo:

[N', E']: Coordenadas planas (Gauss-Krüger o cartesianas) calculadas con la latitud (φ) y longitud (λ) transformadas al utilizar los parámetros Molodensky-Badekas

[N, E]: Coordenadas planas (Gauss-Krüger o cartesianas) calculadas con la latitud (φ) y longitud (λ) observadas directamente con GPS.

Las ecuaciones (13.a) y (13.b) pueden escribirse como:

$$E = a E' + b N' + c \quad (4.a)$$

$$N = -d E' + e N' + f \quad (4.b)$$

De esta forma, los parámetros calculados (a, b, c, d, e y f) permiten conocer las traslaciones, rotaciones y cambios en el factor de escala sobre los ejes N, E mediante:

$$k = (a^2 + d^2)^{1/2} \quad (5.a) \quad \alpha = \arctan (d/a) \quad (5.c)$$

$$l = (b^2 + e^2)^{1/2} \quad (5.b) \quad \beta = \arctan (b/e) \quad (5.d)$$

La transformación afín se calcula para áreas pequeñas, como por ejemplo ciudades o municipios; por tal razón, existen tantos conjuntos de parámetros como zonas individuales de análisis.

10.3 TRANSFORMACIÓN BIDIMENSIONAL A PARTIR DE COORDENADAS ELIPSOIDALES

En caso dado de que el conjunto de datos que se desea transformar no cuente con la componente vertical (altura elipsoidal o sobre el nivel medio del mar), no será posible determinar las coordenadas rectangulares tridimensionales y el método de transformación según Molodensky-Badekas no será aplicable. Como alternativa, se presenta una transformación bidimensional a partir de coordenadas elipsoidales, la cual ofrece precisiones similares a la de Molodensky-Badekas, y al igual que ésta, deberá ser refinada mediante la transformación bidimensional afín. La formulación matemática corresponde con (Torge 2001):



$$\begin{aligned} \delta\varphi = & (\cos \varphi_F \cos \varphi + \sin \varphi_F \sin \varphi \cos(\lambda - \lambda_F)) \delta\varphi_F \\ & - \sin \varphi \sin(\lambda - \lambda_F) \cos \varphi_F \delta\lambda_F + \\ & (\sin \varphi_F \cos \varphi - \cos \varphi_F \sin \varphi \cos(\lambda - \lambda_F)) \\ & \times \left(\frac{dh_F}{a} + \frac{da}{a} + \sin^2 \varphi_F df \right) + 2 \cos \varphi (\sin \varphi - \sin \varphi_F) df \end{aligned} \quad (6a)$$

$$\begin{aligned} \delta\lambda = & \sin \varphi_F \sin(\lambda - \lambda_F) \frac{\delta\varphi_F}{\cos \varphi} \\ & + \cos(\lambda - \lambda_F) \cos \varphi_F \frac{\delta\lambda_F}{\cos \varphi} \\ & - \cos \varphi_F \sin(\lambda - \lambda_F) \left(\frac{dh_F}{a} + \frac{da}{a} + \sin^2 \varphi_F df \right) \left(\frac{1}{\cos \varphi} \right) \end{aligned} \quad (6b)$$

siendo:

$\delta\varphi_F$, $\delta\lambda_F$: Parámetros de transformación del datum BOGOTÁ a **MAGNA-SIRGAS** (tabla 3). Estos valores han sido calculados por el IGAC utilizando los mismos puntos con los que se han estimado los parámetros del modelo Molodensky-Badekas.

$\delta\varphi$, $\delta\lambda$: Cambios en latitud y longitud del punto de cálculo al ser transformado del Datum BOGOTÁ a **MAGNA-SIRGAS**

φ_F , λ_F : Coordenadas del punto datum (Observatorio Astronómico de Bogotá) en Datum BOGOTÁ.

φ , λ : Coordenadas en Datum BOGOTÁ del punto que se desea transformar.

dh_F : Diferencia de las alturas elipsoidales del punto datum (Observatorio Astronómico de Bogotá) sobre MAGNA SIRGAS y el Datum BOGOTÁ. Dado que estas alturas se asumen idénticas, $dh_F = 0$.

da : Diferencia entre el semieje mayor del elipsoide asociado a **MAGNA-SIRGAS** (GRS80), menos el del elipsoide asociado al Datum BOGOTÁ (Internacional).

df : Diferencia entre el aplanamiento del elipsoide asociado a **MAGNA-SIRGAS** (GRS80), menos el del elipsoide asociado al Datum BOGOTÁ.

a : Semieje mayor del elipsoide del datum geocéntrico, es decir **MAGNA-SIRGAS** (GRS80)

Las coordenadas del punto de cálculo en **MAGNA-SIRGAS** (φ' , λ') están dadas por:

$$\varphi' = \varphi + \delta\varphi \quad ; \quad \lambda' = \lambda + \delta\lambda \quad (7)$$



Tabla 3. Parámetros regionales de transformación, utilizando coordenadas elipsoidales, para migrar información georreferenciada en Datum BOGOTÁ al sistema **MAGNA-SIRGAS**.

Zona	Cobertura		Parámetros de transformación de Datum BOGOTÁ a MAGNA-SIRGAS	
	φ	λ	$\delta\varphi_F$ ["]	$\delta\lambda_F$ ["]
I	10,0 ... 13,0 N	73,0 ... 71,0 W	-9,866	12,405
II	9,4 ... 11,6 N	76,0 ... 73,0 W	-9,879	12,190
III	8,0 ... 9,4 N	77,6 ... 74,4 W	-9,838	12,199
IV	5,0 ... 9,4 N	74,4 ... 72,0 W	-10,085	12,561
V	5,0 ... 8,0 N	78,0 ... 74,4 W	-9,946	12,159
VI	3,0 ... 5,0 N	78,0 ... 74,4 W	-10,023	11,969
VII	1,0 S ... 3,0 N	79,0 ... 74,0 W	-10,038	11,731
VIII	4,5 S ... 3,0 N 3,0 ... 5,0 N 5,0 ... 7,3 N	74,0 ... 66,5 W 74,4 ... 66,5 W 72,0 ... 66,5 W	-10,249	12,272

11. MODELO GEOIDAL PARA COLOMBIA (GEOCOL2004)

La utilización del Sistema **MAGNA-SIRGAS** está directamente relacionada con la definición de una superficie de referencia vertical que permita obtener alturas clásicas (referidas al nivel medio del mar) a partir de información GPS. Si bien la determinación de dicha superficie puede arrojar resultados diferentes pero similares (geoide o cuasi-geoide) según los análisis físicos y matemáticos que se desarrollen, en el presente documento se hace referencia indistinta a los dos términos, para no extender el texto con explicaciones propias de la Geodesia Física.

El geoide (cuasi-geoide) en Colombia se ha determinado mediante la técnica remove/restore. Ésta permite relacionar las características regionales (longitudes de onda larga) del campo de gravedad, expresadas en un Modelo Geopotencial Global (MGG), y sus detalles (longitudes de onda corta), obtenidos a través de la evaluación local del modelo físico matemático de Stokes (o Molodensky). En el modelo GEOCOL2004, la componente geoidal global ha sido calculada con el Modelo TEG-4 (Texas Earth Gravity 4, Tapley, et al. 2001) y la local, con anomalías gravimétricas medias ($2' \times 2'$). Las alturas geoidales (cuasi-geoidales) obtenidas oscilan entre -21 y 34 m (figura 13) (Sánchez 2003).

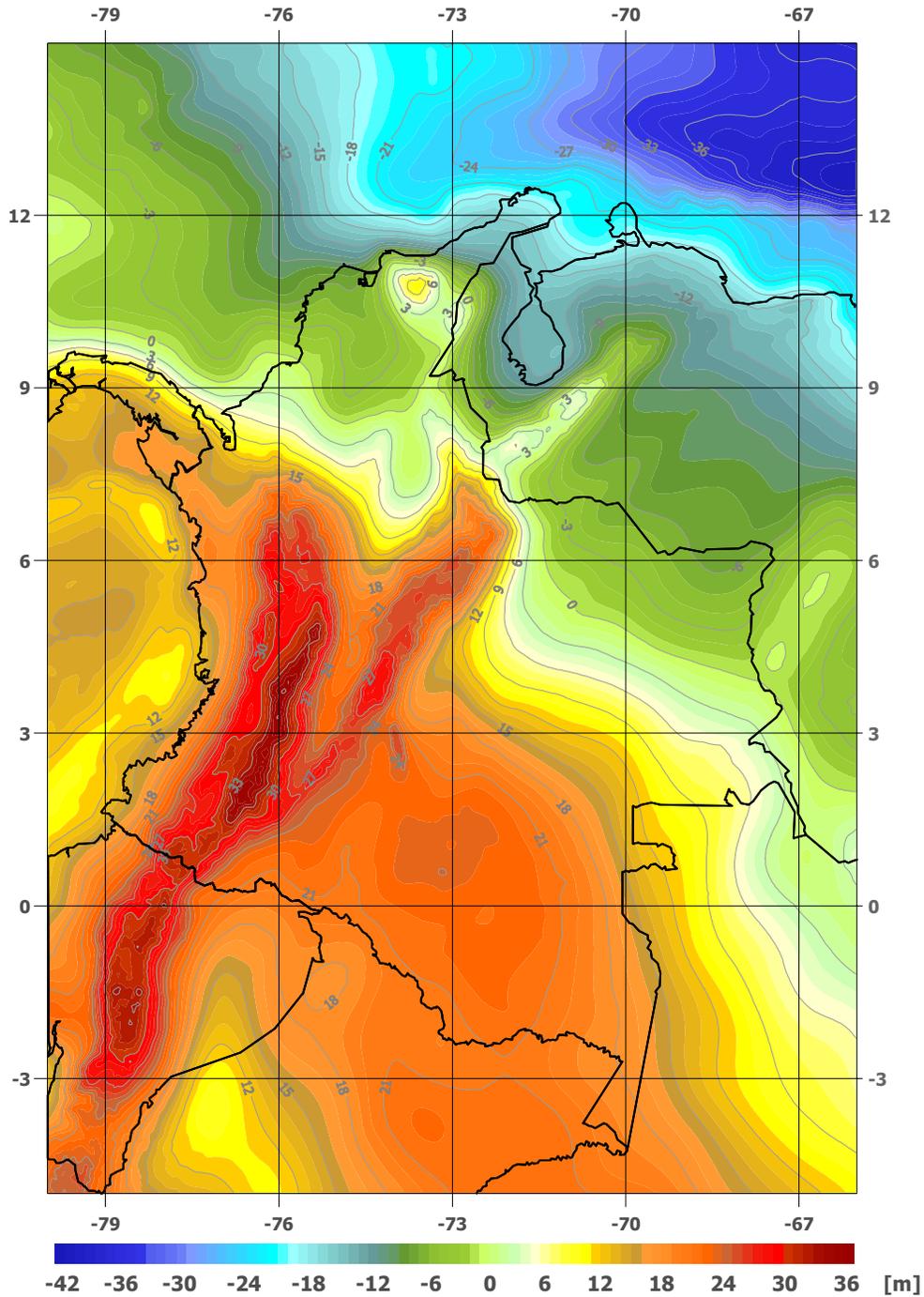


Figura 13. Modelo geoidal (cuasi-geoidal) para Colombia (GEOCOL2004)

Colombia presenta una topografía muy variada, lo cual dificulta el desempeño de los métodos geodésicos clásicos, especialmente el vertical (spirit leveling). Por tal motivo, una de las principales aplicaciones prácticas del modelo geoidal (cuasi-geoidal) calculado, se basa en la determinación de alturas similares a las niveladas a partir de información GPS, lo que se

traduce en la extensión del control vertical hasta áreas poco densificadas como los Llanos Orientales y la zonas selváticas del país. De acuerdo con esto, paralelamente a la determinación del geoide, se ha diseñado una metodología de nivelación satelital, que permite establecer alturas sobre el nivel medio del mar utilizando las elipsoidales, obtenidas de los levantamientos GPS ligados a **MAGNA-SIRGAS**, y las ondulaciones geoidales (cuasi-geoidales) calculadas. (Sánchez & Martínez 1999). Las alturas clásicas determinadas por este método presentan precisiones similares a las obtenidas por nivelaciones trigonométricas ($\pm 0,80$ m).

CONCLUSIONES

El Sistema **MAGNA-SIRGAS**, es un marco geocéntrico y preciso cuyo desarrollo se ha dado bajo los lineamientos de la geodesia internacional; de hecho está definido de acuerdo con los modelos físicos - matemáticos y técnicas de medición más avanzados del mundo. Éste constituye un marco nacional para la definición de coordenadas en Colombia, sus precisiones son compatibles con las tecnologías modernas de posicionamiento y facilita el intercambio de información georreferenciada entre los productores y usuarios de la misma en diversos sectores. Cuenta con una distribución homogénea de estaciones sobre todo el país y existen compromisos, a través del IGAC, para su mantenimiento y cualificación permanentes. Adicionalmente, se han desarrollado las herramientas necesarias para que la utilización de **MAGNA-SIRGAS** sea efectiva por parte de generadores y consumidores de la información espacial referenciada en Colombia. Todos sus componentes garantizan la consistencia y precisión de los levantamientos geodésicos ligados a este marco y lo convierten en una plataforma de referencia versátil, accesible y precisa.

La red de estaciones permanentes **MAGNA-ECO** permite hacer un seguimiento continuo de información GPS facilitando a sus usuarios el desarrollo de levantamientos de campo y proporcionando una vinculación directa a **MAGNA-SIRGAS**; adicionalmente, al contribuir esta información con los datos mundiales utilizados para la realización (materialización) y mantenimiento de un marco mundial de referencia consistente, garantiza la integración de **MAGNA-SIRGAS** con el sistema global vigente (ITRF).

La red básica GPS está conformada por un conjunto de 60 estaciones de alta precisión, monumentadas por la División de Geodesia del Instituto Geográfico Agustín Codazzi, que junto con las estaciones permanentes conforman el nivel fundamental de referenciación para ser mantenido continuamente, dado que provee un marco estandarizado para la definición de coordenadas sobre todo el país y es el punto de partida para el desarrollo de redes regionales, departamentales y municipales.

La red GPS de densificación es una extensión de las dos anteriores y su objetivo principal es facilitar su acceso a los diferentes usuarios de **MAGNA-SIRGAS**. Su establecimiento se da de acuerdo con requerimientos específicos y, normalmente, dando prelación a las zonas más pobladas del país. Ésta garantiza que los levantamientos desarrollados a partir de sus estaciones se encuentren en el marco de referencia estandarizado por **MAGNA-SIRGAS**.



De otra parte, el 80% de los vértices de la red básica GPS de **MAGNA-SIRGAS** coincide con la red gravimétrica nacional de primer orden, facilitando la solución de uno de los principales problemas de la Geodesia y es la necesidad de que la superficie geométrica de referencia (elipsoide) esté definida en el mismo sistema que la superficie física de referencia terrestre (geoide o cuasi-geoide). Circunstancia que respalda la acertada elección de definir el nuevo sistema vertical de referencia en monumentos integrantes del sistema **MAGNA-SIRGAS**.

Estas características definen a **MAGNA-SIRGAS** como un marco de referencia apto para soportar, entre otras, el intercambio de información georreferenciada a escala nacional y mundial; para el desarrollo de los sistemas de información geográfica nacionales, departamentales y municipales sobre una base de referencia única; para la administración digital de información gráfica y numérica georreferenciada; para el desarrollo e implementación de la iniciativa ICDE (Infraestructura Colombiana de Datos Espaciales) con compatibilidad mundial garantizada y, obviamente, como plataforma de referencia para la definición y aplicación de los estándares de posicionamiento en Colombia.

Por lo anterior, el IGAC ha decidido que **MAGNA-SIRGAS** sea adoptado como sistema de referencia oficial de Colombia en reemplazo del Datum BOGOTÁ. Las implicaciones prácticas de dicha decisión, así como las medidas que el IGAC recomienda como soporte para la adopción efectiva de este nuevo sistema, se describen en *Aspectos Prácticos de la Adopción del Marco Geocéntrico Nacional de Referencia **MAGNA-SIRGAS** como datum oficial de Colombia*, el cual debe entenderse como complemento del presente documento.

REFERENCIAS

DMA (1987): *Reporte TR 8350.2*, Septiembre.

Drewes, H.(1998): *Time evolution of the SIRGAS reference frame*. In: Brunner, F. (Ed.), *Advances in Positioning and Reference Frames*, IAG Symposia (118) 174-179, Springer.

Drewes, H.; Sánchez L.; Blitzkow, D.; Freitas, S. (2001): *Scientific foundations of the SIRGAS vertical reference System*. In: Drewes, et al, (Ed.), *Vertical Reference Systems*, IAG Symposia (124) 297-301, Springer.

Drewes, H.; Kaniuth, K.; Stuber, K.; Tremel, H.; Kahle, G.; Straub, Ch.; Hernández, N.; Hoyer, M. and Wildermann, E. (1995): *The CASA '93 GPS campaign for crustal deformation research along the South Caribbean plate boundary*. *J. Geodynamics*, Vol. 20, 129 – 144. Pergamon.

Drewes, H; Heidbach, O. (2003): *Deformation of the South American crust estimated from finite element and collocation methods*. Presented at the IUGG General Asembly in Sapporo, Japan, July (En prensa).

Drewes, H; Kaniuth, K.; Völksen, Ch.; Costa, S. M. A.; Fourtes, L. P. S. (2003): *Results of the SIRGAS 2000 campaign and coordinates variations with respect to the 1995 South American reference frame*. Presented at the IUGG General Asembly in Sapporo, Japan, July (En prensa).



IERS (2000): *Technical Note No. 27*.

IERS (2003): *Technical Note No. 31*.

Hofmann-Wellenhof, B.; Lichtenegger, H and Collins, J. (1996): *GPS: theory and practice*. New York: Springer.

Kellogg, J. and Vega, V. (1995) *Tectonic development of Panama, Costa Rica and the Colombian Andes: Constraints from Global Positioning System, geodetic studies and gravity*. Geol. Soc. Special paper 295.

Kouba J. and Popelar J. (1999): *Modern geodetic reference frames for precise satellite positioning and navigation*. (Copia preliminar)

Leick, A. (1995): *GPS Satellite Surveying*. John Wiley & Sons.

Luz, R. T.; Fortes, L. P. S.; Hoyer, M.; Drewes, H. (2001): *The vertical reference frame for the Americas - the SIRGAS 2000 GPS campaign*. In: Drewes, et al, (Ed.), *Vertical Reference Systems*, IAG Symposia (124) 301-305, Springer.

Merrigan, M.; Swift, E.; Wong, R.; Saffer, J. (2002): *A refinement to the World Geodetic System 1984 Reference Frame*. Presented at the Institute of Navigation, ION-GPS-2002, Portland, OR, September.

McCarthy, D (Ed.) (1996): *IERS Technical Note 21*. Observatoire de Paris.

Ruiz, J. I.; Arjona, B. (1941): *Resultados finales de las redes geodésicas establecidas entre Bogotá y Cartago y entre Bogotá y Chiquinquirá*. *Publicación especial No. 1*, primera edición. Instituto Geográfico Militar y Catastral. Bogotá.

Sánchez, L.; Tremel, H. and Drewes, H. (1999) *The Colombian national geocentric reference frame*. IUGG 99 Birmingham. July 18 – 30.

Sánchez, L. & Martínez, W. (1999): *Vinculación de alturas elipsoidales GPS al datum vertical clásico de Colombia*. En: IGeS Bulletin Nr. 9, pp. 73-85. Milano.

Sánchez, L. (2003): *Bestimmung der Höhenreferenzfläche für Kolumbien*. *Diplomarbeit*. Technische Universität Dresden.

Seemueller, W., Drewes, H. (1998): *Annual report of the RNAAC SIRGAS*. In: IGS 1997 Technical Reports, 173-174, IGS CB Pasadena.

SIRGAS (1997): *Final Report Working Groups I and II - SIRGAS Relatório Final Grupos de Trabalho I e II*. Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística, Rio de Janeiro.

SIRGAS Boletín Informativo No. 6. http://www.ibge.gov.br/home/geografia/geodesico/pdf/bol_006.pdf

Tapley, B., M. Kim, S. Poole, M. Cheng, D. Chambers, J. Ries (2001). *The TEG-4 Gravity field model*. AGU Fall 2001. Abstract G51A-0236

Teunissen, P. and Kleusberg A. (Eds.) (1998): *GPS for Geodesy*. Springer.



Tremel, H.; Sánchez, L. y Drewes, H. (2001): *Procesamiento de la red GPS básica de Colombia - Marco Geocéntrico Nacional de Referencia, -MAGNA-*. En: Revista Cartográfica, Instituto Panamericano de Geografía e Historia. No. 73 (7-23). México.

Torge, W. (2001): *Geodesy*. 3rd Edition: De Gruyter, Berlin, New York.

Vanicek, P. and Krakiwski, E. (1986): *Geodesy: The Concepts*. North Holland.

Vanicek, P. and Steeves, R. (1996): *Transformation of coordinates between two horizontal geodetic datums*. In: Journal of Geodesy, No. 70. Pp. 740 – 745

REPÚBLICA DE COLOMBIA

Instituto Geográfico Agustín Codazzi
Subdirección de Geografía y Cartografía
División de Geodesia

Carrera 30 No. 48 – 51 Oficina 401
Teléfonos: (+1) 369 4011 – (+1) 369 4000 Ext. 4011 – 4014
Fax: (+1) 368 4105
<http://www.igac.gov.co>

